Axel T. Paul

Vom Zahlen und Zählen

Über die mittelalterlich-monetären Ursprünge der mathematischen Naturwissenschaften

> In the European tradition, reason has launched itself on the world through two channels: numbers, and words.
> (Alexander Murray: *Reason and Society in the Middle Ages*, Oxford 1978, S. 141)
>
> Money is essentially a type of counting.
> (Thomas Crump: Money and Number. *The Trojan Horse of Language*, in: Man, N. S., 13/1978, H. 4, S. 507)

I.

Selbst wenn es vielleicht nicht zum Selbstverständnis der gegenwärtigen Soziologie gehört, dass sich Gesellschaftstheorie, also die typologisierende Beschreibung der funktionalen und historisch-genetischen Zusammenhänge nicht bloß moderner Gesellschaften, auch und gerade mit Geld zu befassen hat, liegen mittlerweile eine Reihe von innerhalb des Fachs mehr oder weniger breit rezipierten Publikationen vor, die ähnlich wie, zumeist jedoch nicht in direktem Anschluss an Simmels *Philosophie des Geldes* in diachroner und/oder synchroner Perspektive je spezifische Zusammenhänge von Geldformen und praktiken und Gesellschaftsstrukturen empirisch aufschließen.[1] Darüber hinaus gibt es neben im weiteren Sinne sozialpsychologischen auch explizit sozialtheoretische, also auf die Untersuchung und Entwicklung der für das Verständnis von Sozialem überhaupt, vor allem der Beziehungen der Subjekte zueinander, aber auch ihres Selbstverhältnisses und ihrer Weltbilder, notwendigen Kategorien gerichtete Arbeiten, die dem Geld nicht allein für die moderne Gesellschaft eine in diesen Dimensionen konstitutive

1 Christoph Deutschmann, *Die Verheißung des absoluten Reichtums*. Zur religiösen Natur der Kapitalismus, Frankfurt am Main 1999; Geoffrey Ingham, *The Nature of Money*, Cambrigde 2004; David Graeber, *Debt*. The First 5.000 Years, New York 2011; Axel T. Paul, *Die Gesellschaft des Geldes*. Entwurf einer monetären Theorie der Moderne, Wiesbaden 2004; ders., *Theorie des Geldes zur Einführung*, Hamburg 2017; Christian Postberg, *Macht und Geld*. Über die gesellschaftliche Bedeutung monetärer Verfassungen, Frankfurt am Main 2013; Tobias Kohl, *Geld und Gesellschaft*. Zu Entstehung, Funktionsweise und Kollaps von monetären Mechanismen, Zivilisation und sozialen Strukturen, Marburg 2014; Aaron Sahr, *Das Versprechen des Geldes*. Eine Praxistheorie des Kredits, Hamburg 2017.

Rolle zuschreiben.[2] Ein Echo fanden und finden diese Texte indes eher in der Philosophie und den Kultur- als in den Sozialwissenschaften. Nicht bloß disziplinär randständiger sind demgegenüber sozialtheoretisch-wissenssoziologische Studien, welche das Geld als noch für die (Neu-)Formation eines neben der Sozial-, Selbst- und »kosmologischen« Dimension vierten Weltverhältnisses verantwortlich auszeichnen, jenes Begriffsapparats nämlich, mit dem ›monetäre Subjekte‹ sich die *Natur* erschließen.

Dieses Programm, nicht bloß die ›Ideologie‹, die kulturellen und sozialen Wissensbestände einer Gesellschaft mit Marx auf ihre ›harten‹, technisch-ökonomischen Grundlagen oder mit Mannheim allgemeiner auf den sozialen Standort ihrer Vertreter zurückzuführen, sondern auch und noch über Marx *und* Mannheim hinaus das positive Wissen der modernen Naturwissenschaften über die Natur respektive den der empirischen Naturerkenntnis, wie wir seit Kant wissen, vorhergehenden kategorialen Apparat als nicht nur als irgendwie auch vom Gelde berührt, sondern als inhärent geldbestimmt auszuweisen, wird zumindest im deutschen Sprachraum weithin mit dem Namen Alfred Sohn-Rethel assoziiert.[3]

Sein ›Hauptwerk‹ *Geistige und körperliche Arbeit* erscheint 1970. Tatsächlich handelt es sich bei diesem Buch um eine ausgearbeitete und dem eigenen Bekunden nach dennoch unfertige Fassung eines Arguments, dem der 1899 geborene Sohn-Rethel seit Anfang der 1920er-Jahre auf der Spur ist, das er Mitte der 1930er-Jahre erstmalig verschriftlicht und seitdem in immer neuen, argumentativ und thematisch indes weitgehend redundanten Anläufen durchspielt. Die letzte Version stammt aus dem Jahre 1989.[4]

Sohn-Rethel geht aus von der Beobachtung, dass zwischen den »tragenden Kategorien der quantifizierenden Naturerkenntnis« und der mit der Ware einhergehenden Vorstellung eines ihr innewohnenden abstrakten Wertes frappante Ähnlichkeiten bestehen. So sei der ökonomische Wertbegriff gekennzeichnet »durch vollkommene Qualitätslosigkeit und rein quantitative Differenzierbarkeit und durch Anwendbarkeit auf jedwede Art von

2 Marcel Hénaff, *Le Prix de la vérité*. Le don, l'argent, la philosophie, Paris 2002; André Orléan, *L'Empire de la valeur*. Refonder l'économie, Paris 2011; Christoph Türcke, *Mehr!* Philosophie des Geldes, München 2015.

3 Ich danke Hanno Pahl für einen hilfreichen Austausch über Sohn-Rethel, das Lesen-Dürfen eines noch unfertigen Manuskripts (»Geld, Kognition, Vergesellschaftung – Zu einer naturalistischen Epistemologie des Geldes«) und verschiedene Literaturhinweise. – Im Übrigen danke ich meiner Tochter Rebecca Paul für die Auffrischung meiner Mathematik-Kenntnisse sowie Aaron Sahr, Martin Bauer und Philipp Degens für die Ermutigung, diesen Text zur Publikation zu bringen.

4 Alfred Sohn-Rethel, *Geistige und körperliche Arbeit*. Zur Epistemologie der abendländischen Geschichte, Weinheim 1989; zur Werkgeschichte und für eine detailliertere Auseinandersetzung mit seinen Thesen siehe Axel T. Paul, »Sohn-Rethel auf dem Zauberberg. Über phantastische Ideen, intellektuelle Isolation und den Abstieg der Philosophie zur Wissenschaft«, in: Ulrich Bröckling / Axel T. Paul / Stefan Kaufmann (Hg.), *Vernunft – Entwicklung – Leben*. Schlüsselbegriffe der Moderne, München 2004, S. 73–96.

Waren«.[5] Anstatt sich jedoch näher mit den Begriffen und kategorialen Voraussetzungen der modernen Naturwissenschaft zu beschäftigen, beschreibt und analysiert Sohn-Rethel vor allem die von ihm so genannte Tausch- oder auch qua Tausch vollzogenen Realabstraktion, aus der sich nicht weniger als die vorsokratische Erfindung der Philosophie, die reinen Verstandesbegriffe eines Kant und schließlich die mathematischen Naturwissenschaften deduzieren ließen.

Er behauptet, dass das abstrakte oder nicht gegenstandsbezogene Denken, wenn man so will, das Denken des Denkens selbst, keine natürliche Eigenschaft des menschlichen Geistes, keine selbstverständliche, allen Menschen qua Menschlichkeit im Prinzip zumindest immer schon mitgegebene kognitive oder intellektuelle Fähigkeit darstellt, sondern vielmehr historisch-gesellschaftliche Gründe oder Voraussetzungen habe – namentlich den Warentausch.[6] Diesen hat es bekanntlich nicht immer schon gegeben, sondern

5 Sohn-Rethel, *Geistige und körperliche Arbeit*, S. 12.

6 Zwar nicht die Zurückführung des abstrakten Denkens auf gesellschaftliche Ursachen, wohl aber die bis heute in ihren Grundzügen anerkannte Rekonstruktion (der tatsächlichen, empirischen Konstruktion) desselben aus der tätigen Auseinandersetzung von Babys und Kindern mit ihrer Umwelt, ist Thema der Piaget'schen Entwicklungspsychologie. Für einen Überblick siehe Jean Piaget, *Psychologie der Intelligenz*, Stuttgart 2015 [1947]. Geirrt hat Piaget sich darin, dass alle Kinder (in allen Gesellschaften) mehr oder weniger selbstläufig die Stufe oder das Niveau des »formal-operationalen« Denkens erreichen würden. Günter Dux hat vielmehr gezeigt (zum Beispiel in ders., *Historische-genetische Theorie der Kultur*. Instabile Welten. Zur prozessualen Logik im kulturellen Wandel, Weilerswist 2000, insb. Teil 4), dass die (im Prinzip allen Kindern mögliche) Fortentwicklung eines einmal erreichten, viablen Kognitionsniveaus mit sozialstrukturellen Umbrüchen korreliert. Dux selbst schwankt indes in Hinblick auf die Frage, was den neuzeitlichen Umbruch des von ihm im Unterschied zu ›allem vorherigen‹ so genannten »substanzlogischen« zum »funktional-relationalen« Denken verursacht, die Technisierung (ebd., S. 30–32), das Stadtleben (ebd., S. 425–441) oder die Kommodifizierung der Arbeit (Günter Dux, *Die Zeit in der Geschichte*. Ihre Entwicklungslogik vom Mythos zur Weltzeit, Frankfurt am Main 1989, S. 331–336). Zwar gibt es ethnografisch-empirische Hinweise darauf, dass der bloße, freilich nicht allein spielerische, sondern von ›den Verhältnissen‹ erzwungene Umgang mit Geld die operationale Kompetenz (kindlicher und erwachsener) Subjekte erhöht (Terezinha Nunes / David Carraher / Analucia Schliemann, »Mathematics in the Streets and in Schools«, in: *British Journal Developmental Psychology* 3 (1985), 1, S. 21–29; Geoffrey B. Saxe, »The Mathematics of Child Street Vendors«, in: *Child Development* 59 (1988), 5, S. 1415–1425; ders. / V. Dawson / R. Fall / S. Howard, »Culture and Children's Mathematical Thinking«, in: Robert J. Sternberg / Talia Ben-Zeev [Hg.], *The Nature of Mathematical Thinking*, Hillsdale 1996, S. 119–144), von einem durch den alltäglichen Gebrauch von Geld automatisch oder zwangsläufig ausgelösten Übergang zu formal-operationalem respektive funktional-relationalem Denken kann indes keine Rede sein (Val Burris, »Stages in the Development of Economic Concepts«, in: *Human Relations* 36 (1983), 9, S. 791–812; Gustav Jahoda, »The Development of Thinking About Socio-Economic Systems«, in: Henri Tajfel (Hg.), *The Social Dimension*. European Developments in Social Psychology, Bd. 1, Cambridge 1984, S, 69–88; Anna Emilia Berti / Anna Silvia Bombi, *The Child's Construction of Economics*, Cambridge 1988, insbesondere Kap. 6 und 7). Ohne eine über einen ›marktwirtschaftlich-angemessenen‹ Umgang mit Geld hinausgehende (Be)Schulung bleibt das ›natürliche‹ Verständnis von ökonomischen Prozessen ebenso ›beschränkt‹ wie das logische Denken selbst (Bernd Remmele, »Two Pecularities of Ecomonic Education«, in: *Journal of Social Science Education* 9 (2010), 4, S. 36–44).

er entwickelt sich im Zusammenhang mit der Herausbildung von Märkten, und diese wiederum sind, zumindest in einem die gesamtgesellschaftliche Reproduktion tragenden Maße, ohne Geld als Wertstandard und Tauschmittel logisch unmöglich und empirisch inexistent.[7] Insofern lässt sich aus der Existenz von Geld, im historischen Rückblick insbesondere von physischem, materiellem Geld, mit gewissen Einschränkungen, die uns hier indes nicht weiter zu interessieren brauchen, auf die Existenz und mehr noch die Selbstverständlichkeit von Märkten und damit auf die Alltäglichkeit von Warentausch schließen. Tatsächlich gibt es starke Indizien dafür, die Stadtstaaten des klassischen Griechenland, in und zwischen denen zwecks Abwicklung wirtschaftlicher Transaktionen historisch erstmalig eine Vielzahl von Münzen umlaufen, als die ersten auch lebensweltlich monetarisierten Gesellschaften anzusprechen.[8] Mit anderen Worten, ›der gemeine Grieche‹ weiß, was Geld ist oder zumindest, dass und wie man es auch und insbesondere zum Kauf und Verkauf von Waren auf dem Markt gebraucht.

Gleichzeitig mit dem Auftauchen der ersten Münzen in den griechischen Städten an der kleinasiatischen Küste im 6. Jahrhundert v. Chr. entsteht die griechische Philosophie. Die Vorsokratiker sind Intellektuelle, die in Gemeinwesen leben, in denen das Münzgeld vermutlich zum ersten Mal in der Geschichte überhaupt, auf jeden Fall aber in ›Vor-Europa‹ in Gebrauch gelangt. Das eine muss das andere nicht bedingen; es könnte sich bei der Erfindung der Philosophie und der Entstehung einer Geldwirtschaft um voneinander unabhängige oder auch aus einer gemeinsamen dritten Quelle gespeiste Entwicklungen handeln.[9] Wenn man jedoch in Übereinstimmung mit dem, was man über die Gründe für die frühen Münzprägungen weiß,[10] ausschließt, dass es sich dabei um eine von den Vorsokratikern selbst zur Erleichterung oder gar Ermöglichung des Warentauschs ausgeheckte Veranstaltung handelt und weiterhin, wiederum in Übereinstimmung mit dem Mainstream der Philosophiegeschichte annimmt, dass die Vorsokratik einen epistemologischen Bruch mit dem vorherigen mythischen Denken darstellt und dieser schließlich, wenn er denn nicht unerklärt bleiben soll, im weitesten Sinne soziologisch gedeutet werden muss,[11] dann liegt es zumindest nahe, das gemeinsame Auftauchen von Philosophie und Münz-

7 Paul, *Theorie des Geldes*, S. 14–25, 38–48.

8 David Schaps, *The Invention of Coinage and the Monetization of Ancient Greece*, Ann Arbor 2005.

9 Ebendies behauptet Martin Burckhardt in seiner *Philosophie der Maschine* (Berlin 2018) für das griechische Alphabet. Auf die Bedeutung des Alphabets bzw. allgemeiner der Schrift komme ich zurück.

10 Paul, *Theorie des Geldes*, S. 82–99.

11 Jean-Pierre Vernant, »Die Herausbildung des positiven Denkens im archaischen Griechenland« (1957), in: ders., *Mythos und Denken bei den Griechen*. Historisch-psychologische Studien, Konstanz 2016, S. 393–422; ders., »Die Ursprünge der Philosophie« (1980), in: ders., *Mythos und Denken bei den Griechen*, S. 423–432.

geld in einen Zusammenhang, vielleicht gar in ein Begründungsverhältnis zu bringen. Genau das tut Sohn-Rethel.

Er nimmt an, dass dem Warentausch als Warentausch bestimmte »Formcharaktere« eignen, die im Münzgeld aufscheinen, die, obwohl abstrakt und unsichtbar, in Gestalt der Münze konkretisiert und anschaulich werden. Die Münze wäre damit, abgesehen davon, als Tauschmittel zu fungieren, so etwas wie ein materielles oder vielmehr materialisertes Symbol für die im Warentausch praktisch vollzogenen Abstraktionen. Die vorsokratische Philosophie, so Sohn-Rethel weiter, sei nichts anderes als die Reflexion oder Umsetzung dieser am Geld aufscheinenden Abstraktionen in Kosmologie respektive Naturphilosophie oder auch Protophysik. So sei Parmenides' Entdeckung des dem Mannigfaltigen zugrundeliegenden »Einen« »eine offensichtliche Vereinseitigung und ontologische Verabsolutierung der darin identifizierten Stoffnatur des Geldes«.[12]

Zur mehr oder weniger schrankenlosen Entfaltung des Warentauschs, zunächst zum Handelskapitalismus und dann zur Bemächtigung auch der Produktion durch das Kapital komme es indes erst im neuzeitlichen Europa, in dem mehr oder weniger zeitgleich auch die moderne Bewusstseinsphilosophie sowie die modernen Naturwissenschaften erfunden worden seien. »Mehr Tausch, mehr Denken«, könnte man etwas salopp formulieren, insofern den Philosophen nun die ihnen genetisch freilich verborgene, erst von Sohn-Rethel durchschaute und nachgelieferte Ableitung der reinen Verstandesbegriffe wie ›abstrakte Quantität‹, ›abstrakte Bewegung‹ oder ›strikte Kausalität‹ gelingt, ein Galileo hingegen durch die bloße Beobachtung hochgradig arbeitsteiliger, allein durch das kapitalistische Gewinninteresse in Gang gesetzter und durch Organisationsgeschick zusammengehaltener Produktionsprozesse darauf verfällt, die Natur selbst als selbsttätigen, mathematisierbaren Mechanismus zu (v)erkennen. »Wir stimmen [...] mit Kant überein, daß die tragenden Erkenntnisprinzipien der quantifizierenden Naturwissenschaften unableitbar sind von dem physischen und physiologischen [...] Vermögen des Individuums. [...] Was zur Frage steht, ist der geschichtliche, raumzeitliche Ursprung d[ies]es [vielmehr] logischen Vermögens [...], genauer gesagt, die Herkunft der Formelemente, worauf dieses Vermögen sich gründet.«[13] Sohn-Rethels, wie gleich zu zeigen sein wird, unzureichende Antwort lautet, dass es die mit dem Warentausch ge-

12 Sohn-Rethel, *Geistige und körperliche Arbeit*, S. 65. Diese These verdankt er dem britischen Althistoriker George Thomson, der in einer erstmalig 1955 veröffentlichten Studie (*Studies in Ancient Greek Society*, Bd. 2, *The First Philosophers*, London 1961, S. 301) geschrieben hatte, »The Parmenidian One, together with the later idea of ›substance‹, may be described as a reflex or projection of the substance of exchange value.« Eben darin, nicht aufzuklären, wie genau diese Projektion vor sich geht, liegt ›das Sohn-Rethel'sche‹ Transformationsproblem. Thomson ist übrigens außer Marx einer der wenigen Autoren, die Sohn-Rethel regelmäßig zitiert.

13 Sohn-Rethel, *Geistige und körperliche Arbeit*, S. 32 f.

setzte Tauschabstraktion sei, auf die dieses Vermögen zurückgeführt werden könne und müsse.

Zugute zu halten ist ihm jedoch, dass er diese Frage, anders als etwa Mannheim, der naturwissenschaftliche Erkenntnisse und insbesondere die Mathematik einer wissenssoziologischen Situierung für unzugänglich hielt, überhaupt stellt, dass er sieht oder wenigstens ahnt, dass bestimmte, mithin auch die Kant'schen Kategorien der Anschauung und des Urteilens historisch spezifische Voraussetzungen haben und damit in ihrer Geltung möglicherweise relativ sind, und weiter, dass er die Ursprünge dieser Kategorien in der Praxis, also im Handeln der Menschen, vermutet.[14]

Zu kritisieren – empirisch zu kritisieren – ist Sohh-Rehtel hingegen für sein Sich-nicht-näher-Einlassen auf die historischen Quellen, seine weitgehende Unkenntnis der Geld-, Wirtschafts- und auch Philosophiegeschichte, seine mangelnde Präzision, ja seinen Eklektizismus, dem es beispielsweise geschuldet ist, dass er etwa die Münze mit Geld verwechselt und dementsprechend Wertformen übersieht, die zwar nicht ›a-medial‹, sehr wohl aber münz- oder bargeldlos gebraucht und gedacht werden können.[15] Was über derartige, leicht zu vermehrende empirische Schwierigkeiten hinaus Sohn-Rethels Deduktion ›des abstrakten Denkens‹ auch logisch oder argumentativ unhaltbar macht, ist seine widersprüchliche Beweisführung, geht er doch davon aus, dass ein an sich zeitloser, im archaischen Griechenland lediglich erstmalig erscheinender Warentausch von den Subjekten, hier den Akteuren auf dem Markt, praktisch verlange, für den oder im Austausch der Waren selber von jeglichen »Gebrauchshandlungen« abzusehen. Dieser Realabstraktion würden die Kategorien des reinen Verstandes wie zum Beispiel Substanz und Akzidenz entspringen. Das Argument lautet: Eben weil im Tausch vom Gebrauch der Waren abgesehen werden müsse, entstehe der Anschein, dass lediglich abstrakte, quantitativ gleiche Quantitäten von Tauschwert ausgetauscht würden. Hinter oder besser in der qua Tausch praktisch vollzogenen Unterscheidung von Gebrauchs- und Tauschwert verberge sich beziehungsweise stecke mithin die Unterscheidung von bloß zufälligem, akzidentiellen Warenkörper und substantiellem Warenwert. Wer Substanz oder wie Parmenides Sein sagt, meint ›also‹ Tauschwert. Oder noch einmal anders: Weil und nur insofern es den Äquivalententausch gibt, können Intellektuelle auf den Begriff der Substanz stoßen.

14 Mannheim hingegen meinte, dass man »der Aussage […] 2 mal 2 = 4 nicht ansehen kann, durch wen und wann und wo sie so formuliert wurde«. »Für diesen Wissenstypus trifft […] zu, daß seine Genesis nicht in das Denkergebnis eingeht.« Ein solches Wissen gehöre vielmehr einer »Wahrheit-an-sich-Sphäre« an, die »vom historischen Subjekt völlig abgelöst ist«. (Karl Mannheim, *Ideologie und Utopie*, Frankfurt am Main 1952 [1929], S. 235 u. 251.

15 Vgl. Mahmoud Ezzamel / Keith Hoskin, »Rhethorizing Accounting, Writing and Money with Evidence from Mesopotamia and Ancient Egypt«, in: *Critical Perspectives on Accounting*, 13 (2002), S. 333–367.

Das jedoch kann nicht sein, zumindest nicht in der von Sohn-Rethel behaupteten Weise, zum einen schon deshalb, weil es empirisch Tauschformen wie etwa den Ratenkauf gibt, bei dem eine nur erst teilweise bezahlte Ware bereits in Gebrauch genommen wird, zum anderen und in der Hauptsache aber, weil nicht klar ist, wer konkret verlangt, woher das von Sohn-Rethel immer wieder so genannte »Postulat« rührt, dass im Warentausch vom Gebrauch der Waren abgesehen werden müsse. Für Sohn-Rethel sind es jedenfalls nicht Marktordnungen oder zivilrechtliche Regelungen, die es in dieser Form im antiken Griechenland auch gar nicht gegeben hat, sondern irgendwie reine, in die Praxis, also die Sozial- oder Interaktionsform des Warentauschs selbst, eingelassene Bestimmungen, die von den Akteuren beachtet oder besser vollzogen werden, ohne dass diese wüssten, was, ja nicht einmal dass sie überhaupt irgend etwas vollziehen, das über den von ihnen sehr wohl intendierten Austausch ihrer Waren hinausginge. Würde es ihnen gesagt, dass sie während des Tauschs vom Gebrauch der Waren abzusehen hätten, könnten sie sich daran halten oder auch nicht, handelte es sich mithin tatsächlich um ein Postulat. Insofern sie umgekehrt etwas täten, ohne zu wissen, was sie da tun, wäre einerseits zu rekonstruieren – was Sohn-Rethel freilich nicht tut –, was sie dazu veranlasst, sich auf neu- oder andersartige, nämlich marktkonforme Weise zu verhalten. Andererseits wäre plausibel zu machen, nicht nur wieso, sondern wie ein Parmenides und nach ihm jeder weitere Philosoph darauf verfallen konnte oder gar musste, die im Warentausch blindlings hergestellte Warenform zu seiner Denkform zu machen, ohne seinerseits jemals zu merken, was er da eigentlich tat.[16] Sohn-Rethels Ableitung bleibt gewissermaßen transzendental, weil er die Trennung von Denken und Sein, mit Marx: die von Überbau und Basis, als zwar mit der Durchsetzung des Warentauschs empirisch allererst gegeben denkt, aber nicht begründen kann, auf welche Weise sich das Sein im Denken manifestiert, und auch nicht anzugeben weiß, wie es ihm, Sohn-Rethel selbst, im Unterschied zu Parmenides, Kant oder Marx gelingen konnte, die zwar nicht primordiale, wohl aber, solange der Warentausch währt, unauflösliche Verschlingung von Warenform und Denkform zu durchschauen.[17]

Mit diesen Einwänden könnte man die Sohn-Rethel-These im Grunde ad acta legen. Und in der Tat hat es bei einem flüchtigen Blick auf die weitere deutsche Diskussion den Anschein, als gäbe es auf der einen Seite lediglich eine Reihe von Wertformtheoretikern wie Hans-Georg Backhaus oder Helmut Reichelt, die sich zwar um eine differenzierte, von Sohn-Rethel in-

16 Vgl. Eske Bockelmann, »Die Synthesis am Geld. Natur der Neuzeit. Eine Antwort auf Sohn-Rethels Frage nach dem Zusammenhang von Warenform und Denkform«, in: *Exit!* Krise und Kritik der Warengesellschaft (2008), 5, S. 25–57, hier S. 26–35.

17 Vgl. Karl-Heinz Brodbeck, »Geld als Denkform. Sprache, Mathematik und die Einheit der monetären Vergesellschaftung«, in: ders. / Silja Graupe (Hg.) *Geld! Welches Geld?* Geld als Denkform, Marburg 2016, S. 19–70, hier S. 19–27.

spirierte Marx-Lektüre bemühen, zur Klärung der vorstehend genannten Probleme allerdings kaum etwas beitragen.[18] Auf der anderen Seite springen die insbesondere von Jochen Hörisch vorgelegten Untersuchungen zur Metaphorologie des Geldes ins Auge.[19] Diese zeigen zwar die heimliche Prominenz von Geld und Ökonomie auch und gerade in der schöngeistigen Literatur, doch wie genau der Zusammenhang von Geld und Geist zu verstehen sei, wird aus diesen Arbeiten ebenfalls nicht klar.[20] Ein zweiter, genauerer Blick auch über den deutschen Tellerrand hinaus zeigt jedoch sehr schnell, dass das Thema Geld und Geist nicht nur nicht von Sohn-Rethel allein behandelt worden ist, sondern auch und vor allem, dass die unabhängig von, in lockerem Anschluss an oder in kritischer Distanz zu Sohn-Rethel verfasste Literatur zu viele Indizien, sei es für die Geldbedingtheit von theoretischen, philosophischen oder wissenschaftlichen, Innovationen, sei es weitergehend noch für die Geldbestimmtheit ›des Denkens‹ selbst beigebracht hat, als dass nach einem Konnex zwischen Montetarisierungsschüben oder Vermarktlichungsprozessen einerseits und kognitiven Brüchen andererseits zu fahnden als marxistisch-idiosynkratische Schrulle abgetan werden könnte.

Schon vor Sohn-Rethel, und zwar schon vor seiner ersten Eingebung, dass sich hinter oder vielmehr in Kants Transzendentalsubjekt (als erkenntnistheoretischer Voraussetzung auch und nicht zuletzt der Newton'schen Physik) die von Marx beschriebene Warenform verberge, vermutet und argumentiert der ansonsten für seinen Relativismus mal gelobte, mal gescholtene Simmel an zwar über sein Geld-Buch hinweg verstreuten Stellen, in der Sache jedoch klar und entschieden, dass das neuzeitliche Erkenntnisideal, »die Welt als ein großes Rechenexempel zu begreifen, die Vorgänge und qualitativen Bestimmtheiten der Dinge in einem System von Zahlen aufzufangen« »in enger *kausaler* Verbindung mit der Geldwirtschaft steht«.[21] In

18 Hans-Georg Backhaus, *Dialektik der Wertform*. Untersuchungen zur Marxschen Ökonomiekritik, Freiburg 1997; Helmut Reichelt, *Neue Marx-Lektüre*. Zur Kritik sozialwissenschaftlicher Logik, Hamburg 2008.

19 U. a. Jochen Hörisch, *Kopf oder Zahl*. Die Poesie des Geldes, Frankfurt am Main 1996.

20 Frühe Aufsätze Hörischs (zum Beispiel »Identitätszwang und Tauschabstraktion. Alfred Sohn-Rethels soziogenetische Erkenntnistheorie«, in: *Philosophische Rundschau* 25 (1978), 1, S. 42–54) belegen allerdings nicht nur seine intensive Auseinandersetzung mit Sohn-Rethel, sondern auch ein entsprechendes Problembewusstsein. Fast hat es den Anschein, als habe Hörisch sich für einen spielerisch-literarischen Umgang mit dem Thema Geld und Geist entschieden, weil die Ableitung dieses aus jenem bei Sohn-Rethel zumindest gescheitert ist. Und vielleicht ist es ja richtig, dass man sich an einer solchen Ableitung nur verheben kann, und zwar aus dem eigentlich einfachen Grunde, dass, selbst wenn ›beispielsweise‹ monetäre Gründe für kognitive Schübe verantwortlich zu machen sind, daraus noch lange nicht folgt, dass diese Gründe beziehungsweise die ihnen zugrundeliegenden Praktiken das ›neue Denken‹ bis in seinen Kapillaren hinein determinieren.

21 Georg Simmel, *Philosophie des Geldes*, Frankfurt am Main 1989 [1900], S. 612 u. 614; meine Hervorhebung. Ausgeführt habe ich das Argument in meinem anlässlich des Workshops *Geld und Moderne* am 16. November 2018 am Hamburger Institut für Sozialforschung gehaltenen Vortrag »Geld und Geist«.

den 1930er-Jahren dann sind es die marxistischen Soziologen Boris Hessen, Franz Borkenau und Henryk Grossmann, die unabhängig von Sohn-Rethel und ihrerseits ohne späteren Einfluss auf diesen zwar nicht von der inneren Geldbestimmtheit der neuzeitlichen Naturwissenschaft sprechen, wohl aber den Durchbruch derselben, insbesondere der modernen Newton'schen Mechanik auf wissenschaftsexterne Faktoren zurückführen.[22] Fortgeschrieben wurde diese Linie in den 1940er-Jahren in einer Reihe von Aufsätzen aus der Feder Edgar Zilsels.[23] Nach dem Zweiten Weltkrieg dominierten zunächst ›internalistische‹, sich auf die geistige Freiheit ihrer Protogonisten berufenden Deutungen der wissenschaftlichen Revolution. Auch Thomas Kuhns *Structure of Scientific Revolutions* aus dem Jahre 1962 stellt – um sozusagen Kuhn auf Kuhn anzuwenden – keinen wirklichen Bruch mit diesem im weiteren Sinne liberalen Paradigma dar, sondern vielmehr so etwas wie dessen Soziologisierung.[24]

All diese Autoren nehmen Sohn-Rethel nicht wahr – ebenso wenig freilich wie dieser sie –, ja sie können ihn gar nicht wahrnehmen, erscheinen seine Arbeiten abgesehen von einigen wenigen, knappen und abseitig publizierten Aufsätzen doch erst in den 1970er-Jahren.[25] Erst Rudolf Wolfgang Müller und Christine Woesler schließen mit ihren Untersuchungen zum einen, so Müller, über die sozialökonomischen Entstehungsbedingungen der antiken Philosophie und zum anderen, so Woesler, den sozialgeschichtlichen Entstehungskontext der neuzeitlichen Wissenschaft mehr oder weniger direkt an Sohn-Rethel an.[26] Eine bedeutsame, zwar unabhängig von Sohn-

22 Boris Hessen, »The Social and Economic Roots of Newton's *Principia*«, *in:* Nicolai I. Bukharin (Hg.), *Science at the Crossroads*, London 1931, S. 151–212; Franz Borkenau, *Der Übergang vom feudalen zum bürgerlichen Weltbild*. Studien zur Geschichte der Philosophie der Manufakturperiode, Darmstadt 1971 [1934]; Henryk Grossmann, »Die gesellschaftlichen Grundlagen der mechanistischen Philosophie und die Manufaktur«, in: *Zeitschrift für Sozialforschung* 4 (1935), 2, S. 161–231. Für Hessen und Grossmann ist es die Technik, sind es »Maschinen« wie die Windmühle oder die mechanische Uhr, welche der wissenschaftlichen Mechanik Pate standen, für Borkenau ist es die Arbeitsteilung des Manufakturwesens und damit eine neuartige Form der sozialen Organisation. Borkenau irrt zwar darin, ein ausgebildetes Manufaktursystem bereits im 15./16. Jahrhundert zu verorten, richtig bleibt jedoch seine Einsicht, Umbrüche im Weltbild an solche der sozialen Praxis zu koppeln.

23 Edgar Zilsel, *Die sozialen Ursprünge der neuzeitlichen Wissenschaft*, Frankfurt am Main 1976.

24 Inspiriert wurde Kuhn indes weniger durch Mannheims Wissenssoziologie als vielmehr durch die in den Jahren unmittelbar nach ihrer Veröffentlichung unbeachtet gebliebene Arbeit des Biologen Ludwik Fleck (ders., *Entstehung und Entwicklung einer wissenschaftlichen Tatsache*. Einführung in die Lehre vom Denkstil und Denkkollektiv, Frankfurt am Main 1980 [1935].

25 Eine englische Übersetzung von *Geistige und körperliche Arbeit* kommt 1978 heraus, *Intellectual and Manual Labour*. A Critique of Epistemology, übers. von Martin Sohn-Rethel, New Jersey / London 1978.

26 Rudolf Wolfgang Müller, *Geld und Geist*. Zur Entstehungsgeschichte von Identitätsbewußtsein und Rationalität seit der Antike, Frankfurt am Main 1977; Christine Woesler, *Für eine be-greifende Praxis in der Natur*. Geldförmige Naturerkenntnis und kybernetische Natur, Lahn-Gießen 1978. Auf die vermeintlich oder möglicherweise ökonomischen Ursprünge der vorsokratischen Philosophie und damit der europäischen Philosophie

Rethel erdachte, die enge Verschlungenheit von ökonomischer und vormodern-naturphilosophischer Reflexion gleichwohl endlich einmal im Detail nachzeichnende Arbeit ist das in Kenntnis der Quellen und Forschungsliteratur (insbesondere der Arbeiten von Pierre Duhem und Anneliese Maier) geschriebenen Buch von Michael Wolff über die Impetus-Theorie.[27] In die kleine Gruppe der historisch und insbesondere ideengeschichtlich kenntnisreichen und sauber verfassten, Sohn-Rethel zwar zitierenden, sich nicht aber auf eine Diskussion seiner Thesen einlassenden Bücher zur Geldbedingtheit von epistemologischen Schüben oder gar Brüchen gehören weiterhin die beiden Monographien von Richard Seaford über die Entstehung und Eigenarten der vorsokratischen Philosophie und von Joel Kaye über die Entwicklung der scholastischen Messtheorie.[28] Eine wiederum stärker an Sohn-Rethel orientierte Arbeit ist die Studie von Richard Hadden über die Herausbildung der neuzeitlichen Mathematik.[29] Die letztgenannten Texte dokumentieren, dass Sohn-Rethel auch in der angelsächsischen Welt kein gänzlich Unbekannter mehr ist.

Unter den jüngeren deutschsprachigen Publikationen zum Thema Geld und Geist schließlich ragen Brodbecks *Herrschaft des Geldes* und Bockelmanns *Im Takt des Geldes* hervor.[30] Beide Autoren stellen die Auseinandersetzung mit Sohn-Rethel zwar nicht in den Mittelpunkt ihrer Werke – in Bockelmanns Buch taucht Sohn-Rethel nicht einmal namentlich auf –, dennoch handelt es sich in beiden Fällen um direkte Auseinandersetzungen mit und vor allem Richtigstellungsversuche von Sohn-Rethel. Zu Recht insistiert Brodbeck diesem gegenüber darauf, die wechselseitige Verschränkt-

überhaupt hatten zuvor der bereits Thomson (*The First Philosophers*) und Louis Gernet (»La Notion mythique de la valeur en Grèce« [1956], in: ders., *Anthropologie de la Grèce antique*, Paris 1968, S. 93–137) hingewiesen.

27 Michael Wolff, *Geschichte der Impetustheorie*. Untersuchungen zum Ursprung der klassischen Mechanik, Frankfurt am Main 1978; siehe auch ders, »Mehrwert und Impetus bei Petrus Johannes Olivi. Wissenschaftlicher Paradigmenwechsel im Kontext gesellschaftlicher Veränderungen im späten Mittelalter«, in: Jürgen Miethke / Klaus Schreiner (Hg.), *Sozialer Wandel im Mittelalter*. Wahrnehmungsformen, Erklärungsmuster, Regelungsmechanismen, Sigmaringen 1994, S. 413–423.

28 Richard Seaford, *Money and the Early Greek Mind*. Homer, Philosophy, Tragedy, Cambridge 2004; Joel Kaye, *Economy and Nature in the Fourteenth Century*. Money, Market Exchange, and the Emergence of Scientific Thought, Cambrigde 1998.

29 Richard W. Hadden, *On the Shoulders of Merchants*. Exchange and the Mathematical Conception of Nature in Early Modern Europe, New York 1994.

30 Karl-Heinz Brodbeck, *Die Herrschaft des Geldes*. Geschichte und Systematik, Darmstadt 2012; Eske Bockelmann, *Im Takt des Geldes*. Zur Genese modernen Denkens, Springe 2004. Als drittes monumentales Buch wäre Arno Bammés *Homo occidentalis* (Von der Anschauung zur Bemächtigung der Welt. Zäsuren abendländischer Epistemologie, Weilerswist 2011) zu nennen, das ich trotz seines nicht mehr ›gestrigen‹ Erscheinungstermins erst kürzlich als weiteren Beitrag zur Sohn-Rethel-Debatte wahrgenommen habe. Die Lektüre und erst recht die Auseinandersetzung mit diesem 900 Seiten starken Buch muss ich auf einen späteren Zeitpunkt verschieben.

heit von Handeln und Denken nicht zu zerreißen.[31] Bockelmann hingegen arbeitet präzise heraus, worin überhaupt die Kontraste zwischen vormoderner Naturphilosophie und moderner Naturwissenschaft bestehen.[32] Bockelmanns Schwäche aber ist es, die von Sohn-Rethel zwar als Problem aufgeworfene, aber nicht verstandene Übersetzung monetärer ›Setzungen‹ in kognitive Kategorien ebenso wenig einsichtig zu machen wie dieser.[33] Brodbecks Buch hingegen ›leidet‹ daran, versteckt zwar auf den praktischen, lebensweltlichen Ursprung neuer Denkformen hinzuweisen, diesen Hinweis aber in an sich verdienstvollen dogmengeschichtlichen Ausführungen zu ersticken.[34]

Ich möchte im Folgenden den Versuch unternehmen, nicht bei einer derartigen negativen Kritik stehenzubleiben, sondern Brodbecks letztlich pragmatistisches Monitum, auf die lebensweltliche Praxis zu achten, wenn schon nicht zur Erklärung, so doch zu einem besseren Verständnis eines von Bockelmann herausgestrichenen spezifischen Aspekts der neuzeitlich-wissenschaftlichen Revolution, nämlich ihres apriorischen Gebrauchs von Mathematik, in Anschlag zu bringen. Meine Fragestellung ist wie die Bockelmanns historisch und sachlich spezifischer als diejenige Sohn-Rethels, indem ich nicht allgemein und summarisch ›die epistemologischen Effekte‹ ›des Geldgebrauchs‹ zu rekonstruieren versuche, die geistesgeschichtlichen Umbrüche von der Antike bis zur Neuzeit also nicht über einen Leisten schlage, sondern »bloß« nach den Auswirkungen einer sich ab dem

31 Brodbeck, *Die Herrschaft des Geldes*, S. 586–601.

32 Bockelmann, *Im Takt des Geldes*, Kap. 3, ab S. 250.

33 Bockelmann macht gegen Sohn-Rethel geltend, dass die Tauschabstraktion sich *nicht* »per *Reflexion* und in *Begriffen*« im Denken der Philosophen und zugleich von diesen unbemerkt niedergeschlagen haben kann. Vielmehr müsse diese *Projektion*, die es indes auch Bockelmann zufolge gegeben habe und die vor allem nach wie vor wirke und uns alle, die wir in Marktgesellschaften leben, zwinge, funktional zu denken, un- beziehungsweise vorbewusst vonstattengegangen sein und gehen. »Als Denkform ergibt sich dies [funktionale Denken] blind, notwendig und unvermerkt, in dem das Denken subjektiv das nachzubilden und zu leisten hat, was sich so, *durch Denken vermittelt*, blind objektiv vollzieht, die Verwandlung des Geldes vom werthaltig gedachten Gut in die Werteinheit, die alles werthaltig Gedachte vermittelt.« (Bockelmann, »Synthesis am Geld«, S. 29 u. 40; meine Hervorhebung.) Wie genau das Geld respektive die Wertform es anstellt, sich dem Denken aufzudrängen, sowohl historisch als auch ontogenetisch, obwohl »durch Denken vermittelt«, ebenso unvermerkt wie schlagartig *in* Geld, anstatt bloß harmlos *an* Geld zu denken, bleibt auch bei Bockelmann einigermaßen schleierhaft.

34 »Viele Kategorien, die man in der Erklärung von Prozessen der Vergesellschaftung verwenden muss, tragen *an ihrer logischen Struktur* selbst das Merkmal, ein sozialer Sachverhalt zu *sein*, nicht nur einen solchen Sachverhalt zu *bezeichnen*.« Brodbeck, *Die Herrschaft des Geldes*, S. 46. Erläutert wird diese Einsicht am Beispiel des Geldes‹ in Karl-Heinz Brodbeck, »Philosophie des Geldes«, in: Wolf Dieter Enkelmann / Birger P. Priddat (Hg.), *Was ist?* Wirtschaftsphilosophische Erkundungen. Definitionen, Ansätze, Methoden, Erkenntnisse, Wirkungen, Bd. 1, Marburg 2012, S. 45–76, hier S. 62–67. Problematisch bleibt, dass Brodbeck hier zwar die zirkuläre, praktisch-kognitive, Geltungsstruktur des Geldes herausarbeitet, deren *Genese* jedoch gar nicht und deren Wirkungen nur allzu summarisch als »rechnend« bezeichnet.

Hochmittelalter ausweitenden Vermarktlichung und mit dieser einhergehenden Monetarisierung der Lebenswelt auf die Ausbildung dessen frage, was man mit Robert Lenoble das mathematische Apriori der neuzeitlichen Naturwissenschaft(en) und hier insbesondere der Mechanik nennen kann.[35] Zugleich setze ich mich in Anschluss an Brodbeck darin von Bockelmann ab, dass ich im Unterschied zu diesem wie auch zu Sohn-Rethel nicht von einer ebenso schlagartigen wie den Akteuren, und zwar den einfachen Marktsubjekten wie Intellektuellen, undurchsichtigen Übertragung von durch den Markttausch unweigerlich erzwungenen kognitiven Operationen in einen neuen Denkstil ausgehe, sondern vielmehr durch die wirtschaftliche Entwicklung induzierte, für das damalige Europa neuartige mathematische Praktiken im Verbund mit einem Medienwechsel der Mathematik für die theoretische Erarbeitung jenes mathematischen Apriori verantwortlich mache.

II.

Weitgehend unstrittig ist, dass es sich bei der Inauguration des selbstredend nicht nur, aber eben doch wegweisend von Galileo, Descartes und Newton erdachten »mechanistischen Weltbildes« tatsächlich um eine epistemologische Revolution handelt, um die Begründung eines neuartigen, spezifisch modernen Denkstils, der mit fundamentalen Annahmen der vormodernen Naturphilosophie bricht. Weniger eindeutig fällt das Urteil darüber aus, was die naturwissenschaftliche Revolution zum einen positiv auszeichnet[36] und was sie in Verbindung damit zum anderen ausgelöst oder gar verursacht hat.[37] Eine definitive Klärung dieser Frage steht im Folgenden selbstverständlich nicht zu erwarten, ganz abgesehen davon, dass ich als historisch-verstehender Soziologe einer Verabsolutierung von Kausalitäten im Bereich sinnhafter Phänomene und Zusammenhänge skeptisch gegenüberstehe. Wohl aber möchte ich nachstehend zunächst den spezifisch mathematischen, empiriefernen Zug der naturwissenschaftlichen Revolution herausarbeiten (1.) und nach einem gewissermaßen methodologischen Exkurs ins griechische Altertum (2.) deren mittelalterlich-merkantile beziehungsweise monetäre Vorgeschichte rekonstruieren (3.).

35 Robert Lenoble, »La Révolution scientifique du XVIIe siècle«, in: René Taton (Hg.), *Histoire générale des sciences*, Bd. 2, *La Science moderne (de 1450 à 1800)*, Paris 1958, S. 185–206, hier S. 191 f., zit. nach Bockelmann, *Im Takt des Geldes*, S. 293; zum mathematischen Charakter der Mechanisierung siehe auch Eduard J. Dijksterhuis, »Die Mechanisierung des Weltbildes«, in: *Physikalische Blätter* 12 (1956), 11, S. 481–494.

36 Vgl. Margaret J. Osler (Hg.), *Rethinking the Scientific Revolution*, Cambridge 2000.

37 Vgl. äußerst kondensiert, aber hinreichend verwirrend: Jürgen Renn / Peter Damerow, »Scientific Revolution, History and Sociology of«, in: *International Encyclopedia of the Social and Behavioral Sciences*, hrsg. von James D. Wright, Bd. 21, Oxford 2001, S. 318–321.

1.

Die epistemologische Revolution zu Beginn der Neuzeit besteht wesentlich in einer besonderen Mathematisierung von Natur und nicht etwa, wie ein geläufiges Vorurteil lautet, in einer neuartigen oder gar erstmaligen Berücksichtigung von Erfahrungstatsachen. Man lache darum nicht über John Locke, der seinen niederländischen Briefpartner Christiaan Huygens fragte, ob er ihm, abgesehen von der Mathematik, von der er selbst, wie er freimütig einräumte, nichts verstand, den philosophischen Gehalt von Newtons *Philosophiae naturalis principia mathematica* erklären könne. Huygens bezeichnende und durchaus treffende Antwort lautete, dass die Mathematik den philosophischen Gehalt des Buches ausmache.[38] Zwar stimmt es, dass Newton wie auch und schon die Gründerfiguren der naturwissenschaftlichen Revolution Naturphänomene aufmerksam beobachtet und weiterhin experimentiert haben, aus bloßer Empirie jedoch leitet sich ihr neuartiger Blick auf die Natur gerade nicht ab. So wird Galileo nicht etwa durch Beobachtungen und Experimente dazu gebracht, seine Fallgesetze aufzustellen, vielmehr dienen jene ihm dazu, seine gedanklich konstruierten Gesetze a posteriori zu bestätigen.[39] Naturgesetze werden der Natur nicht einfach abgelesen und in einem zweiten Schritt formalisiert, sondern der Natur wird von Galileo von vornherein unterstellt, dass ihr ihre Geheimnisse allein mittels der Mathematik zu entlocken seien. Und genau darin liegt eine fundamentale Differenz zur vormodernen, ihrer mittelalterlichen Weiterentwicklung zum Trotz im Kern aristotelischen Naturphilosophie.[40]

Gerade Aristoteles ist modernen Physikern gegenüber als Empiriker zu bezeichnen, der zwar in keiner Weise die Richtigkeit von mathematischen Sätzen und Beweisen bezweifelt, wohl aber ihre Anwendbarkeit auf die physikalische, für jeden Menschen wahrnehmbar von verschiedenen Qualitäten und nicht abstrakten Körpern und Kräften bestimmte Welt. Die Natur des Aristoteles ist die Natur des gewöhnlichen Menschenverstands. Überspitzt formuliert: Ließe sich noch heute jemand finden, der von moderner Physik zwar nichts weiß, die wahrnehmbare Natur aber auf allgemeine Begriffe zu bringen versteht, käme etwas der aristotelischen Naturphilosophie

38 Peter Dear, *The Intelligibility of Nature*. How Science Makes Sense of the World, Chicago 2006, S. 26 f.

39 Vgl. Alexandre Koyré, »Das Experiment von Pisa. Fall-Studie einer Legende« (1957), in: ders., *Galilei*. Die Anfänge der neuzeitlichen Wissenschaft, Berlin 1988, S. 59–69; Jens Brockmeier / Johannes Rohbeck, »Beobachten, Kalkulieren, Eingreifen. Zusammenhänge zwischen Gesellschaftstheorie und Naturtheorie bei der Entstehung der rechnend-experimentellen Wissenschaft im 17. Jahrhundert«, in: Peter Damerow / Wolfgang Lefèvre (Hg.), *Rechenstein, Experiment, Sprache*. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften, Stuttgart 1981, S. 171–221, hier S. 180–195.

40 Vgl. Ulrich Wenzel, *Vom Ursprung zur Prozeß*. Zur Rekonstruktion des Aristotelischen Kausalitätsverständnisses und seiner Wandlungen bis zur Neuzeit, Opladen 2000, Kap. 3 bis 5.

Vergleichbares dabei heraus. Wie unser fiktiver Autor es wohl auch täte, gliedert Aristoteles den Raum in oben und unten, vorne und hinten, rechts und links. Oben und unten sind dabei keine relativen Positionen, die sich vertauschen, wenn man sich auf den Kopf stellt, sondern absolute Richtungen, die dadurch bestimmt sind, dass das Schwere nach unten fällt, das Leichte hingegen nach oben steigt. Das, was ganz oben, am oder im Himmel geschieht, unterliegt für ihn dennoch beziehungsweise aus eben dem Grund, dass es Raum an sich, den Raum der Geometrie, in Wirklichkeit nicht gibt, ganz offenbar anderen ›Gesetzen‹ als das, was auf der Erde gilt: Während die Himmelskörper ihre ewigen Bahnen ziehen, sich ›also‹ ganz natürlich bewegen, streben die irdischen Dinge einen Zustand der Ruhe an, so wie ein loser Stein auf die Erde fällt und dort liegen bleibt, sofern niemand ihn ergreift und fortbewegt. Bewegung und Ruhe sind qualitativ, ja ontologisch unterschiedliche Zustände. Um einen unbelebten irdischen Gegenstand zu bewegen, ihn sozusagen aus der Ruhe zu bringen, muss ihm von außen ›Gewalt‹ angetan werden, muss eine ihm äußerliche Kraft auf ihn wirken. Erlischt diese Kraft, erlischt auch die Bewegung selbst. Auch das erscheint uns lebensweltlich evident: Hört man auf, ein liegengebliebenes Auto anzuschieben, bleibt es stehen.

Und doch hat diese so anschauliche, selbstverständliche Physik einen Mangel, plagt Aristoteles sich mit einem Problem, für das er verschiedene, vielleicht ihn selbst nicht wirklich befriedigende Lösungen skizziert: Wenn unbelebte Dinge sich nur solange bewegen, solange sie bewegt werden, müsste ein mit der Hand in die Luft geworfener Stein direkt zur Erde fallen, sobald er die Hand verlässt. Das tut er bekanntlich nicht. Wie aber kann eine Kraft weiterhin auf einen Gegenstand wirken, wenn dieser mit der Kraftquelle nicht in Berührung steht? Aristoteles' eine Antwort lautet, dass die von dem Wurfgeschoss verdrängten Luftteilchen um dieses herumwanderten, um es danach von hinten anzuschieben, seine andere, dass die Wurfhand das fliegende Geschoss gewissermaßen mit einer Stange von aufeinanderstehenden Luftteilchen weiterhin anschieben würde.[41] Beide Theorien erscheinen uns unzulänglich, ja wir wissen, dass sie falsch sind. Das aber hat nicht nur Generationen von Aristotelikern nicht daran gehindert, sie als hinreichend zu akzeptieren, sondern wir selbst hängen lebensweltlich der durchaus verwandten, jedenfalls nicht-trägheitsphysikalischen Vorstellung an, dass unser Wurf wie auch immer eine Kraft auf den Stein überträgt, die mit der Zeit nachlässt, so wir auch wie erschöpfen, wenn wir uns anstrengen.[42] Diese

41 Ulrich Wenzel, »Dynamismus und Finalismus. Zur Strukturlogik der Aristotelischen Naturphilosophie«, in: Günter Dux / Ulrich Wenzel (Hg.), *Der Prozeß der Geistesgeschichte*. Studien zur ontogenetischen und historischen Entwicklung des Geistes, Frankfurt am Main 1994, S. 336–374, hier S. 361–370.

42 Zur historisch und ontogenetisch primären Interpretation auch der Natur in ›handlungstheoretischen‹ Kategorien siehe Thomas Luckmann, »Über die Grenzen der Sozialwelt«, Auffassung ist erstmalig in der hellenistischen Spätantike und dann wieder im Hochmittelalter in eine, nämlich impetustheoretische Form gebracht worden.[43] Wie unsere ›natürliche‹ Erklärung des Steinwurfs bricht sie jedoch nicht mit dem aristotelischen ›Verursacherprinzip‹, das sich grundlose Bewegung nicht vorstellen kann. Genau das jedoch tut das Trägheitsprinzip.

Das von Newton formulierte Trägheitsprinzip »besagt, daß ein sich selbst überlassener Körper im Zustand der Ruhe *oder Bewegung* verbleibt, solange keine äußere Kraft auf ihn einwirkt. [...] [E]in ruhender Körper bleibt also ewig in Ruhe, wenn er nicht ›in Bewegung versetzt‹ wird; und *ein bewegter Körper wird sich gleichförmig weiterbewegen, auf einer geradlinigen Bahn*, solange ihn keine äußere Kraft daran hindert.«[44] Erstens werden damit Bewegung und Ruhe ontologisch gleichgestellt. Ein sich aus welchen Gründen auch immer bewegender Körper bewegt sich immer weiter, auch ohne dass eine Kraft auf ihn einwirken müsste. Auch die Bewegung ist damit wie ›eigentlich‹ nur die Ruhe ein Zustand. Zweitens bewegen sich sich ›trägheitsphysikalisch‹ bewegende Körper geradlinig durch einen gleichermaßen endlosen wie qualitätslosen Raum. Sie beschreiben keine schiefe Kurve wie etwa die Flugbahn eines geworfenen, über kurz oder lang wieder auf der Erde landenden Steins. »Ist doch klar«, mag man sich denken: Wenn Newton eine dauerhafte und geradlinige Bewegung annimmt, dann deshalb, weil er ›einfach‹ vom Luftwiderstand und der Schwerkraft absieht. Indes ist nicht nur das Vakuum eine alles andere als empirisch naheliegende Vorstellung, vor allem ist die Schwerkraft oder genauer das von Newton aufgestellt Gravitationsgesetz keine lebensweltlich befriedigende, anschauliche und/oder handgreifliche Erklärung für die Inter-›Aktion‹ von Körpern im Raum. »Zwei materielle Punkte ziehen einander mit gleichen Kräften an, die ihrer Verbindungslinie entlang entgegengesetzt gerichtet sind, und deren Größe den Massen der Punkte umgekehrt proportional ist. [...] Einzusehen, wie diese Punkte es fertigbringen, sich gegenseitig über einen leeren Raum hinweg zu beeinflussen, vermag ich nicht«, bekennt der Mathematiker, Physiker und Historiker der wissenschaftlichen Revolution Eduard Dijksterhuis.[45]

Doch nicht allein der neuzeitliche Übergang – um es mit einem Buchtitel von Alexandre Koyré zu sagen – *Von der geschlossenen Welt zum unendlichen*

in: ders., *Lebenswelt und Gesellschaft*. Grundstrukturen und geschichtliche Wandlungen, Paderborn 1980 1970], S. 56–92; Günter Dux, *Strukturwandel der Legitimation*, Freiburg 1976, Kap. 2.

43 Wolff, *Geschichte der Impetustheorie*.

44 Alexandre Koyré, »Galilei und die wissenschaftliche Revolution des 17. Jahrhunderts« (1943), in: ders., *Galilei*. Die Anfänge der neuzeitlichen Wissenschaft, Berlin 1988, S. 13–28, hier S. 14 f.; meine Hervorhebung.

45 Dijksterhuis, »Die Mechanisierung des Weltbildes«, S. 488.

Universum,[46] nicht nur die Ineinssetzung von irdischer und himmlischer Sphäre oder genauer die Beschreibung der irdischen als Spezialfall nicht der himmlischen, sondern einer allgemeinen, kosmischen Physik, die Entwertung des erlebten Raums zur Scheinwelt des Menschen, der auch heute noch glaubt, dass morgens die Sonne aufgeht, sondern auch und in Verbindung damit die Mathematisierung der Welt trennen ›das vormoderne‹, aristotelische Weltbild von dem der modernen Naturwissenschaften. Um eine solche handelt es genau genommen schon bei der Substitution des hierarchisch gegliederten Kosmos durch den geometrischen Raum selbst. Ist die Erde weniger Teil eines sie überwölbenden als vielmehr Punkt in einem durch sie hindurchlaufenden geometrischen Raum, dann ist dieser in gewisser Weise realer als der Erfahrungsraum des Menschen. Doch die neuzeitliche Mathematisierung der Welt meint noch mehr: zum einen die wesentlich von Descartes ins Werk gesetzte Ablösung der figurativen durch die analytische, zahlenbasierte Geometrie, die Leibniz und Newton mittels der Infinitesimalrechnung perfektionieren, zum anderen eine Veränderung der Auffassung der Zahlen selbst.[47] Waren Zahlen im vormodernen Verständnis unter Umständen durchaus teilbare, auch als Teile jedoch gleichermaßen diskrete wie substantielle Größen, aus denen beliebige Mengen gleicher Einheiten zusammengesetzt gedacht werden konnten, wird die Zahl im modernen, beispielhaft in Simon Stevins 1585 veröffentlichter Arithmetik entwickelten Verständnis zur unendlich teilbaren, nur noch abstrakten, weil jeder Substantialität oder Größe entkleideten Einheit beliebiger Vorstellungsgehalte selbst. Waren Zahlen in der vormodernen Mathematik mentale Werkzeuge zur Erfassung realer Gegebenheiten, werden sie in den modernen Naturwissenschaften zum Medium, in dem die Realität selbst sich dar-

46 Frankfurt am Main 1969; die englische Originalausgabe stammt aus dem Jahre 1957.

47 Bockelmann, *Im Takt des Geldes*, S. 297–305. Erschlossen hat sich mir diese These freilich erst durch die Lektüre der mathematik- und kognitionsgeschichtlichen Arbeiten von Peter Damerow. Seine bedeutendsten Texte finden sich in englischer Übersetzung in dem Band *Abstraction and Representation* (Essays on the Cultural Evolution of Thinking, Dordrecht 1996). Eine gute Übersicht bietet der Aufsatz »Vorüberlegungen zu einer historischen Epistemologie der Zahlbegriffsentwicklung« (in: Günter Dux / Ulrich Wenzel [Hg.], *Der Prozeß der Geistesgeschichte*. Studien zur ontogenetischen und historischen Entwicklung des Geistes, Frankfurt am Main 1994, S. 248–323). Wiederum von Damerow nicht rezipiert oder zumindest berücksichtigt wird die ohnehin so gut wie vergessene Studie von Jacob Klein »Die griechische Logistik und die Entstehung der Algebra« (in: *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, Abt. B, Studien, Bd. 3, 1, 1934, S. 18–105, sowie Bd. 3, 2, 1936, S. 122–235), in welcher der Autor, den wenigen Kommentaren zufolge, die ich kursorisch habe zur Kenntnis nehmen können (Hadden, *On the Shoulders of Merchandts*, S. 71–74, 80 f.; Burt Hopkins, »The Philosophical Achievement of Jacob Klein«, in: B. Hopkins / J. Drummond (Hg.) *New Yearbook of Phenomenology and Phenomenological Philosophy* (2011), 11, S. 282–296; Sören Stenlund, *The Origin of Symbolic Mathematics and the End of the Science of Quantity* [= Uppsala Philosophical Studies 59], Uppsala 2014, insb. S. 16–18), die unterschiedliche Ontologie der Zahlen einerseits der griechischen Antike und andererseits des neuzeitlichen Europa nicht zuletzt an deren *schriftlicher Repräsentation* festmacht.

stellt. Für Aristoteles ließ die Natur sich nicht in Zahlen fassen, weil sie sich für ihn aus disparaten, homogenen Qualitäten zusammensetzte. Für die moderne Naturwissenschaft hingegen ist die Qualität ihrer Gegenstände irrelevant, ja besteht sie in nichts anderem als ihrem quantifizierbaren, kovariaten oder funktionalen Zusammenhang.

Inwiefern die Natur tatsächlich mathematisch verfasst ist, ist eine Frage, die bis heute nicht befriedigend beantwortet werden konnte und sich wohl auch nicht beantworten lässt.[48] Sicher aber ist, dass es sich bei der Mathematik um eine kulturelle Technik handelt, die nicht etwa in der Natur vorgefunden, sondern von Menschen allererst entwickelt und nicht erst in der europäischen Neuzeit, hier jedoch auf spezifische Weise als ein derartiges Konstrukt an die Natur herangetragen wurde und wird, um ihrem Wesen auf die Schliche zu kommen.[49] Schon darum war und ist, die Natur als mathematisch verfasst anzusehen, keine Erfahrungstatsache, sondern eine *Entscheidung*, die sich experimentell und später auch technisch freilich bewährt hat. Diese Bewährung beweist wohlgemerkt nicht das mathematische Wesen der Natur, sondern nur – und das ist ›natürlich‹ nicht wenig –, dass ihre mathematische Beschreibung in der uns technisch-experimentell zugänglichen Welt Wesentliches trifft. Anders wäre nicht zu erklären, wie es, um ein einfaches, aber plastisches Beispiel zu nennen, möglich war und ist, die Flugbahn von Mondraketen vorherzuberechnen. Doch auch wenn die Mathematik ein intellektueller Modus der Welterschließung ist, der die menschliche Sinnlichkeit und das menschliche Anschauungsvermögen längst hinter sich gelassen hat, bleibt sie ein menschlicher beziehungsweise menschengemachter Modus der Welterschließung, mit Cassirer eine symbolische Form, die anderen Lebewesen gar nicht und wahrscheinlich auch möglicherweise höheren, außerirdischen Intelligenzen so nicht zur Verfügung steht.[50]

Mit dieser zwar konstruktivistischen, aber deswegen nicht erkenntnisrelativistischen Charakterisierung der Mathematik – ja, sie ist ein kulturelles Artefakt, doch sie taugt durchaus, die Realität zu erreichen, diese ebenso neu zu erschließen wie technisch zu manipulieren – lassen sich indes zwei Varianten der Mathematikgeschichtsschreibung selbst verbinden. Die eine erzählt die Mathematikgeschichte als kontinuierliche Entdeckungs- und Fortschrittsgeschichte, so als ob die Menschen irgendwann wie von selbst zu zählen angefangen und danach unvermeidlicherweise die Grundrechenarten entwickelt hätten, bei der Lösung geometrischer Probleme auf ›magische Zahlen‹ wie etwa die Kreiszahl π gestoßen seien, irgendwann nicht nur

48 Vgl. Mario Livio, *Ist Gott ein Mathematiker?* Warum das Buch der Natur in der Sprache der Mathematik geschrieben ist, München 2010, Kap. 1 und 9.

49 Rafael E. Núñez, »Is There Really an Evolved Capacity for Number?«, in: *Trends in Cognitive Science* 21 (2017), 6, S. 409–424.

50 Vgl. Ernst Cassirer, *Substanzbegriff und Funktionsbegriff*. Untersuchungen über die Grundfragen der Erkenntniskritik, Berlin 1910.

die Existenz von mathematischen Zusammenhängen erkannt, sondern auch deren Beweis gelernt hätten, um später dann die Geometrie in Algebra aufgehen zu lassen und so weiter, und so fort.[51] Tatsächlich ist die Mathematik die einzige ›Wissenschaft‹ oder intellektuelle Disziplin, in deren Geschichte einmal errungene Einsichten durch spätere Entdeckungen nicht wieder revidiert werden mussten. Mathematischer Fortschritt vollzieht sich nicht durch die Falsifikation bisheriger Ansichten, sondern durch das kumulative Aufzeigen und Beweisen immer neuer Zusammenhänge.[52] Auch wenn mathematischer Fortschritt im Rahmen dieser Erzählung häufig internalistisch erklärt, das heißt auf die Anstrengungen und Leistungen großer Geister zurückgeführt wird, schließt diese Lesart nicht aus, dass es zeittypische oder kulturspezifische, sozusagen externe Probleme gab wie zum Beispiel die Berechnung von Flächen oder die Bestimmung kalendarischer Daten, welche zumindest in der Frühzeit der Mathematik den Anstoß zu mathematischen Entdeckungen gaben. Es ist mithin nicht die Unterscheidung von Externalismus und Internalismus, anhand derer ich hier zwei Varianten von Mathematikgeschichtsschreibung unterscheide, auch wenn die erste für externe Faktoren per definitionem deutlich sensibler ist.[53] Entscheidend ist vielmehr, dass eine alternative Historiographie davon ausgeht, dass die Mathematikgeschichte selbst durch qualitative Brüche und Sprünge gekennzeichnet ist. Eben einen solchen Sprung habe ich vorstehend auch für die naturwissenschaftliche Revolution zu kennzeichnen versucht. Es sind nicht nur die Naturwissenschaften, welche sich auf neue Weise der Mathematik befleißigen, sondern die Mathematik selbst macht mit oder in dieser Revolution einen Gestaltwandel durch.

2.

Einen früheren Gestaltwandel markiert die altgriechische Mathematik, die sich gegenüber der altorientalischen, babylonischen und altägyptischen, Mathematik dadurch auszeichnet, dass sie mathematische Zusammenhänge wie zum Beispiel den nicht erst Pythagoras geläufigen Umstand, dass ein mit Knoten in zwölf gleiche Teile unterteiltes Seil, das man an den Knotenpunkten 0/13, 4 und 8 zu einem Dreieck aufspannt, über der längsten Seite einen rechten Winkel bildet, nicht nur kennt und praktisch anzuwenden

51 So zum Beispiel Eduard Dijksterhuis, *Die Mechanisierung des Weltbildes*, Berlin 1983 [1950], S. 270, oder auch Mannheim (vgl. Fußnote 14).

52 Vgl. Thomas S. Kuhn, »Mathematical vs. Experimental Traditions in the Development of Physical Science«, in: *Journal of Interdisciplinary History* 7 (1976), 1, S. 1–31.

53 Vgl. Sal Restivo, T*he Social Relations of Physics, Mysticism, and Mathematics*. Studies in Social Structure, Interest, and Ideas, Teil 2, Dordrecht 1985; Dirk J. Struik, »On the Sociology of Mathematics«, in: *Science and Society* 6 (1942), 1, S. 58–70; ders., »The Sociology of Mathematics Revisited. A Personal Note«, in: *Science and Society* 50 (1986), 3, S. 280–299.

weiß, sondern auch beweist. Erst eine solche, etwa tangramartige, durch das restlose Umlegen von aus der Quadratfläche der Hypotenuse ausgeschnittenen kleineren Drei- und Vierecken in die Quadratflächen der beiden Katheten erreichte Beweisführung hat den uns unter der Formel $a2 + b2 = c2$ geläufigen geometrischen Zusammenhang als Satz des Pythagoras in die Geschichte eingehen lassen. In Hinblick auf die Komplexität von Rechenoperationen war die griechische Mathematik ihren orientalischen Vorläufern nicht überlegen.[54] Im antiken Griechenland wurde weder ›mehr‹ noch ›besser‹ gerechnet als zwischen Euphrat und Tigris oder am Nil. Das Interesse an mathematischen Beweisen hat sich mithin nicht zwanglos aus dem praktischen Gebrauch von Mathematik ergeben – eine Einsicht, welche auch heute die überwiegende Mehrzahl etwa von Architekten oder in statistischen Auswertungsverfahren geschulten Soziologen ohne zu zögern bestätigen würden. Tatsächlich entstand die pythagoräische Mathematik in bewusster Distanz zur Praxis. Die Pythagoräer bildeten so etwas wie einen (geistes) aristokratischen,[55] ›antibürgerlichen‹, das heißt von den alltäglichen Händeln des gemeinen Volkes abgeschirmten Geheimbund, in dem mathematisches Geheimwissen oder eben die Kunst des Beweisens von mathematischen Zusammenhängen kultiviert wurde. Ein theoretischer ›Reflex‹ der gesellschaftlichen Basis war die pythagoräische Mathematik höchstens insofern, als dass sich in ihr politischer Widerstand gegen das nicht zuletzt merkantile Aufblühen der griechischen Städte artikulierte. Diese ›politischreaktionäre‹ Stoßrichtung der Pythagoräer verhinderte jedoch nicht, dass sie an sich richtige Einsichten, mathematische Wahrheiten, entdeckten und darüber hinaus die Mathematik insgesamt ›logifizierten‹.

Was die Entwicklung mathematischer Beweise und weiter die Entdeckung höherer, unanschaulicher, abstrakter, innermathematischer Zusammenhänge – und um genau diese ging es den Pythagoräern im Kern – möglich machte, war der Übergang einer mit Rechensteinen operierenden zu einer sprachlich verfassten, auf Basis von sprachlichen Definitionen verfahrenden Mathematik. Rechensteine sind mehr oder weniger identische, gegenständliche Symbole, Kiesel zum Beispiel, mit denen mathematische Operationen kontextunabhängig vollzogen und dementsprechend allgemeine mathematische Zusammenhänge entdeckt werden können. So lässt der Satz des Pythagoras sich sehr viel einfacher als ›tangramatisch‹ mit Hilfe von Rechensteinen beweisen, in dem man die Quadratsumme einer aus fünf Kieseln gelegten Strecke in die Quadratsummen einer aus drei und einer aus

54 Zum folgenden Wolfgang Lefèvre, »Rechensteine und Sprache. Zur Begründung der wissenschaftlichen Mathematik durch die Pythagoreer«, in: Peter Damerow / Wolfgang Lefèvre (Hg.), *Rechenstein, Experiment, Sprache*. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften, Stuttgart 1981, S. 115–169.

55 Es ist unsicher, ob Phytagoras aristokratischer Herkunft oder nicht vielmehr Sohn eines (erfolgreichen) Kaufmanns war.

vier Kieseln aufteilt: 52 = 32 + 42 beziehungsweise 25 = 9 + 16. Nur ist eben dieses, sich Rechensteinen oder, mit Peter Damerow, »Repräsentanten erster Ordnung« bedienende Verfahren für die altgriechische Mathematik nicht mehr üblich. In den *Elementen* des Euklid, dem um 300 v. Chr. und damit mehr als 200 Jahre nach Pythagoras entstandenen Kompendium des damaligen, längst nicht mehr geheimen mathematischen Wissens, werden die Beweise nur noch sprachlich und nicht mehr gegenständlich geführt. Wenn die Legende stimmt, dass Pythagoräer, die ausplauderten, dass es kein ganzzahliges Verhältnis zwischen der Seitenlänge und der Diagonalen eines Quadrats gibt, in einem Nachen allein auf dem Meer ausgesetzt wurden, dann muss ihnen bereits die sprachliche Beweisführung unter Rückgriff auf die »Lehre von den geraden und ungeraden Zahlen« zur Verfügung gestanden haben. Der Beweis nämlich, dass es keinerlei zwei noch so große Zahlen gibt, die das besagte Verhältnis von (im einfachsten Fall) 2 zu ausdrücken, wäre mit Hilfe von Rechensteinen nicht nur praktisch schwierig durchzuführen, sondern unmöglich, eben weil eine stets endliche Zahl von Rechensteinen keinen absoluten Beweis zulässt. Sprachlich, unter Rückgriff auf die Lehre von den geraden und ungeraden Zahlen, die aus nur vordergründig banalen Sätzen besteht wie etwa dem, dass das Produkt einer geraden und einer ungerade Zahl stets eine gerade Zahl ergibt,[56] ist diese Beweisführung hingegen möglich.

Um die Argumentation nicht unnötig zu verkomplizieren, verzichte ich darauf, diesen Beweis hier vorzuführen. Im Prinzip besteht er darin, ein Quadrat mittels der Diagonalen in vier Dreiecke aufzuteilen und diese an den Außenseiten des Quadrats zu spiegeln. Das so gebildete neue, größere, die Ecken des ursprünglichen, kleineren Quadrats im Winkel von 45° tangierende Quadrat hat ersichtlich die doppelte, aus 4 × 2 Dreiecken zusammengesetzte Fläche des ursprünglichen Quadrats: $a^2 = 2b^2$. Mit Hilfe der Lehre von den geraden und ungeraden Zahlen lässt sich nun zeigen, dass, sofern es ein ganzahliges Verhältnis von a und b geben soll, b sowohl ungerade als auch gerade sein müsste.[57] Da dies jedoch nicht sein kann, gibt es kein ganzzahliges Verhältnis von a und b. Der Legende zufolge haben also bereits die Pythagoräer die irrationalen Zahlen entdeckt, deren ›Existenz‹ freilich gegen ihren Glauben an die ganzzahlige, wenn man so sagen kann, substantielle Verfasstheit des Kosmos verstieß und darum geleugnet werden musste – weshalb denn auch, wer die pythagoräische Lehre auf diese Weise dementierte, des Todes war.

Der entscheidende Schritt von der altorientalischen zur altgriechischen Mathematik bestand mithin in der Substitution des *Rechenmittels* der Re-

56 Euklid, *Elemente*, Buch IX, Proposition 22.

57 Vgl. Peter Damerow / Siegbert Schmidt, »Arithmetik im historischen Prozeß, Wie ›natürlich‹ sind die ›natürlichen‹ Zahlen?«, MPI für Wissenschaftsgeschichte, Reprint 163, 2001, S. 35 f.

chensteine durch das ›Rechenmittel‹ Sprache. Mittels sprachlicher Definitionen von in sich kohärenten mathematischen Sätzen (etwa zur Bestimmung respektive logisch erzwungenen Festlegung des Verhältnisses von geraden und ungeraden Zahlen), das heißt mittels der sprachlichen (und schon insofern ungegenständlichen) Repräsentationen (nur noch) ideeller ›Gegenstände‹ (wie der bloß mental realen Gruppen von geraden und ungeraden Zahlen) war es möglich geworden, Gesetzmäßigkeiten zu deduzieren (oder auch zu widerlegen).

Auf den ersten Blick scheint die griechische Revolution der Mathematik nur sehr eingeschränkt gesellschaftlich verursacht zu sein: ein kleiner Kreis elitärer Intellektueller betreibt aus Protest gegen oder vielleicht auch Frustration über den Aufstieg einer neuen (Händler)Klasse esoterische Zahlenspiele. Eher noch könnte man mit Max Weber sagen, dass es sich auch bei der Entwicklung der beweisenden Mathematik um eine unbeabsichtigte Folge sozialen Handelns handelt. Doch vielleicht ist ein zugleich engerer wie ›vermittelterer‹, über eine längere Kette von Faktoren laufender Zusammenhang zwischen ›mathematischem Überbau‹ und ›gesellschaftlicher Basis‹ durchaus vorhanden. Diesen Verdacht zumindest hegt Wolfgang Lefèvre. Er vermutet, dass dem griechischen Alphabet eine Schlüsselrolle auch bei der Entwicklung der beweisenden Mathematik zufällt.[58] Dass die Entwicklung und Durchsetzung des Alphabets »dem griechischen Wunder«, zu dem auch die beweisende Mathematik zweifellos gehört, zeitlich unmittelbar vorhergeht, ist unbestritten. Unstrittig dürfte weiterhin sein, dass die sprachliche Beweisführung in der Mathematik ihrerseits Schrift voraussetzt. Die Definition mathematischer Gegenstände hätte im Prinzip zwar auch zunächst mündlich erfolgt und dann lediglich memoriert worden sein können,[59] die Unanschaulichkeit der ›Gegenstände‹ und die Komplexität der Beweisführung dürften es jedoch so gut wie unmöglich gemacht haben, sich allein auf die gesprochene Sprache zu verlassen, einmal ganz abgesehen davon, dass uns schon die Euklid'schen *Elemente* in (alphabetischer) Schriftform überliefert worden sind. Und schließlich ist kaum in Abrede zu stellen, dass das griechische Alphabet gerade aufgrund seiner ›semantischen Leere‹, der Bedeutungsindifferenz seiner eine überschaubare Anzahl von Phonemen nachbildenden Zeichen vergleichsweise leicht zu erlernen ist und an unterschiedliche Sprachen wie vor allem jeden überhaupt nur sprachfähigen Gedanken angepasst werden kann. Das griechische Alpha-

58 Lefèvre, »Rechensteine und Sprache«, S. 163–169; Eric A. Havelock (*Preface to Plato*, Cambridge 1982), Walter J. Ong (*Orality and Literacy*. The Technologizing of the Word, London 1982) oder neuerdings Martin Burckhardt (*Philosophie der Maschine*) machen das Alphabet gar, wenn nicht für die Besonderheit der griechischen Antike, so doch wenigstens für das Erwachen der Philosophie verantwortlich.

59 Zur Leistungsfähigkeit der griechischen ›Erinnerungskunst‹ siehe Frances A. Yates, *Gedächtnis und Erinnern*. Mnemonik von Aristoteles bis Shakespeare, Berlin 2012 [1966], S. 34–53.

bet ist mithin inhärent ›demokratisch‹, es ist die Schrift der Händler und Bürger. Auch wenn es anderen Aufschreibsystemen gegenüber ›technisch‹ überlegen ist – und diese Überlegenheit ist es, die es zum Medium der erwachenden Philosophie und eben auch zum bevorzugten, neue ›Welten‹ erschließenden Medium der Mathematik hat werden lassen –, hätte es sich, ohne von den wirtschaftlichen und politischen Interessen bürgerlicher Schichten getragen worden zu sein, kaum durchgesetzt.[60] Die ›pythagoräischen Gegenaufklärung‹ bedient sich also nicht bloß der ›bürgerlich-demokratischen‹ Schrift; es hätte sie ohne diese gar nicht gegeben.

Der Umstand, dass die durch die Substitution von Rechenmitteln ins Werk gesetzte altgriechische Revolutionierung der Mathematik formal einen Vorgang ›wiederholt‹, der sich bereits für die mesopotamische, die Arithmetik allererst begründende Substitution von Rechensteinen durch Schriftzeichen feststellen lässt,[61] beweist zwar nicht, dass mathematische Revolutionen grundsätzlich mit Medienwechseln einhergehen, legt es zumindest aber nahe, nach derartigen Medienwechseln Ausschau zu halten. Und tatsächlich ist auch die europäisch-mittelalterliche Mathematikgeschichte ihrerseits von einem mehrfachen Medienwechsel geprägt, der sich in der Gründlichkeit, in der er sich vollzogen hat, kaum vollzogen hätte, wenn er nicht von sozialen oder wiederum wirtschaftlichen Trägerprozessen getragen worden wäre.

3.

Wie die *leges barbaorum*, frühmittelalterliche Rechtstexte, in denen unter anderem für körperliche und Ehrverletzungen anderer exakt bezifferte, freilich in diversen ›Währungen‹ wie Getreidemaßen, (Haus)Tieren oder auch Silbermünzen ausgedrückte Strafzahlungen belegen, dürften auch die Germanen gezählt und einigermaßen gerechnet haben können.[62] Dennoch ist das Frühmittelalter insgesamt eher innumerat.[63] Wenn im Alltag gezählt

60 Vgl. Othmar Franz Fett, *Der undenkbare Dritte*. Vorsokratische Anfänge des eurogenen Naturverhältnisses, Tübingen 2000, S. 289–314, 342–365. – Muss man hier Weber zitieren? »Interessen (materielle und ideelle), nicht, Ideen, beherrschen unmittelbar das Handeln der Menschen. Aber, die ›Weltbilder‹ welche durch ›Ideen‹ geschaffen wurden, haben sehr oft als Weichensteller die Bahnen bestimmt, in denen die Dynamik der Interessen das Handeln fortbewegte.« (Max Weber, »Die Wirtschaftsethik der Weltreligionen«, in: ders., *Gesammelte Aufsätze zur Religionssoziologie*, Bd. 1, Tübingen 1988 [1915], S. 237–573, hier S. 252.

61 Peter Damerow, »Die Entstehung des arithmetischen Denkens. Zur Rolle der Rechenmittel in der altägyptischen und der altbabylonischen Arithmetik«, in: ders. / Wolfgang Lefèvre (Hg.), *Rechenstein, Experiment, Sprache*. Historische Fallstudien zur Entstehung der exakten Wissenschaften, Stuttgart 1981, S. 11–113; siehe auch Ezzamel/Hoskin, »Rhethorizing Accounting, Writing and Money«.

62 William I. Miller, *Eye for an Eye*, Cambridge 2006.

63 Zum Folgenden Alexander Murray, *Reason and Society in the Middle Ages*, Oxford 1978, Kap. 6 und 7; Moritz Wedell, »Numbers«, in: Alrecht Classen (Hg.), *Handbook of Medieval Culture*, Bd. 2, Berlin 2015, S. 1205–1260.

wurde, dann nur im niedrigen zweistelligen Bereich. Neben den Zahlen haben konkrete Zahlwörter wie das Dutzend gestanden, die sich oft zudem nicht auf Mengen generell, sondern nur auf besondere Gegenstände bezogen; mit einer Lage werden im Druckgewerbe auch heute noch 24 Bogen Papier bezeichnet, niemals aber zwei Dutzend Eier. Überhaupt wurden für unterschiedliche Gegenstände zumeist unterschiedliche Maße gebraucht; Holz maß man in Klaftern, Textilien in Ellen, die Wassertiefe in Faden. Für höhere Zählungen und auch einfache Rechnungen wurden Fingersysteme verwendet. Sofern von den wenigen in aller Regel kirchlichen Schriftkundigen Ziffern benutzt wurden, dann römische. Zwar gab es theologisch motivierte Widerstände gegen die Rechenkunst, gleichwohl waren es kirchliche Bedürfnisse wie die kalendarische Bestimmung von Festtagen, die Theologen schon im Frühmittelalter zur Beschäftigung mit basaler Mathematik drängten. Weiterhin war es die numerische Indexierung der kanonischen Texte, durch welche schriftliche Zahlen in theologische Texte Einzug hielten.

Ende des 10. Jahrhunderts erwachte indes auch in kirchlichen Kreisen das Interesse an praktischem Rechnen. Als erster mittelalterlicher Gelehrter Europas rezipierte Gerbert von Aurillac, der spätere Papst Silvester II., in Spanien die arabische Arithmetik. Auf Gerbert und seine Schüler geht die Erfindung des sogenannten Gerbert-Abacus zurück, eines Rechenbretts, dessen Spalten (von rechts nach links) für Einer, Zehner, Hunderter und so weiter standen, in die zeilenweise mit (den) indo-arabischen Ziffern (von 1 bis 9) beschriebene *apices* gelegt und auf diese Weise addiert und subtrahiert werden konnten.[64] Ein Durchbruch für die indo-arabischen Ziffern war diese ›Schreib‹- oder vielmehr Legeweise indessen noch nicht, weil die Zahlen eins bis neun ebenso gut durch römische Ziffern oder auch griechische oder lateinische Buchstaben ersetzt werden konnten und auch ersetzt wurden.

Praktisch bedeutsam war vielmehr der Abacus selbst, der oder besser ein weder von Gerbert noch von den Römern erfundener, sondern in diversen Formen in vielen Teilen der Welt bekannter Rechenschieber, von dem in modifizierter Form in Europa noch bis in 18. Jahrhundert hinein Gebrauch gemacht wurde.[65] Er besteht im Prinzip aus nichts anderem als einer Reihe von Spalten oder Zeilen, die für ein Einfaches oder Vielfaches, der in oder auf diese Reihen gelegten Rechensteine stehen.[66] Die schnelle, bereits im Frühmittelalter einsetzende Verbreitung des Abacus über ganz Europa lässt auf einen praktischen, durch den wiederauflebenden Handel, aber auch den Münzwechsel stimulierten Bedarf schließen. Wohl behebt der Abacus das

64 Georges Ifrah, *Universalgeschichte der Zahlen*, Frankfurt am Main 1986, S. 530–532.

65 Der offizielle Titel des heutigen britischen Finanzministers *Chancellor of the Exchequer* bezeichnet diesen wörtlich als Kanzler des Rechenbretts.

66 Ifrah, *Universalgeschichte der Zahlen*, Kap. 8.

Defizit, der selbst zwar additiv, nämlich durch die Bündelung von Mengenzeichen konstruierten, selbst für uns so einfach erscheinende Operationen wie das schriftliche Addieren jedoch nur bedingt brauchbaren römischen Ziffern. Um schriftliches Rechnen handelt es sich beim Gebrauch des Rechenschiebers freilich nur sehr eingeschränkt; denn auch wenn es hilfreich ist, sich die Zwischenergebnisse einer auf dem Abacus durchgeführten Rechnung zu notieren, würde es genügen, sich diese zu merken, ähnlich wie Grundschüler heute lernen, bei der schriftlichen Multiplikation die mit ›den Einern‹ des ›nächsthöheren Produkts‹ zu addierenden ›Zehner‹ des ›jeweiligen Produkts‹ buchstäblich in der (zumeist) linken, nicht fürs Schreiben gebrauchten Hand zu behalten. Das Rechnen mit dem Abacus kann daher auch als »geometrisches Rechnen« bezeichnet werden.[67]

Das schriftliche Rechnen ›auf der Feder‹ etablierte sich hingegen erst gemeinsam mit der Durchsetzung der arabischen Ziffern, ihrem ›Ausbruch‹ aus den scholastischen Lehrbüchern des Quadriviums, in den oberitalienischen Handelskontoren des 14. und 15. Jahrhunderts. Mitte des 15. Jahrhunderts wurde überdies der Buchdruck erfunden, der nicht nur das Wissen um die ›neuen‹ Zahlen schlagartig über ganz Europa verbreitete, sondern auch und vor allem der Standardisierung der an sich alles andere als einheitlichen, vor Verwechselungen (etwa der 6 und der 9, der 4 und der 7 oder der 5 und 8) gefeiten Schreibweise der indo-arabischen Zahlen Vorschub leistete. Nun war es nicht nur möglich, es erwies sich vielmehr als vorteilhaft, schriftlich zu rechnen und mit beziehungsweise über ›bloße Zahlen‹ verbindlich zu kommunizieren.

Mit indo-arabischen Zahlen schriftlich rechnen zu können, bedeutete zum einen über ein polynominales, nicht mehr additiv, sondern multiplikativ konstruiertes Stellenwertsystem von lediglich zehn Ziffern zu verfügen, mit denen Zahlen beliebiger Größe sich problemlos darstellen lassen. Wie sich, falls es eines solchen Nachweises denn bedarf, mittels der algebraischen Formalisierung ihres Konstruktionsprinzips als $a + bx + cx^2 + dx^3 + \ldots$, wobei a, b, c, d, … die Werte 0 bis 9 annehmen können und $x = 10$ ist, unschwer deutlich machen lässt, sind die Zahlzeichen den von ihnen bezeichneten (ordinalen) Reihen oder (kardinalen) Mengen gegenüber vollkommen indifferent – so wie das (ursprünglich griechische) Alphabet vis-à-vis den von ihnen gebildeten Begriffen. Für die römischen Ziffern gilt dieses Prinzip nur bedingt: X bedeutet zehn, und dreißig wird als XXX dargestellt; römische Ziffern sind zwar keine Zahlworte, dennoch aber so etwas wie numerisch semantisierte Silben. Damit verhalten sich indo-arabische zu römischen Ziffern wie mathematische Repräsentationen zweiter zu solchen erster Ordnung. Letztere sind (noch) gegenständlich oder anschaulich gebunden, erstere hingegen vertreten bereits oder ›sind‹ gar abstrakte Vor-

67 Wedell, »Numbers«, S. 1239.

stellungen. Zum anderen erleichtert das, freilich erst einmal mit einer gewissen Anstrengung zu erlernende, schriftliche Rechnen mit indo-arabischen Ziffern eben dieses. Erstens gibt es zumindest für die vier Grundrechenarten vergleichsweise einfache und vor allem eindeutige Rechenregeln, die anzuwenden in der Mehrzahl der Fälle nicht mehr impliziert, als sich gedanklich im Zahlenraum bis 100 zu bewegen. Zweitens ist es zwar hilfreich, etwa bei der schriftlichen Multiplikation, ›Reste‹ ›in der Hand zu behalten‹, gleichwohl können schon derartige Reste wie überhaupt alle Zwischenergebnisse schriftlich festgehalten werden. Anders als beim geometrischen Rechnen (oder dem bei den Arabern bis ins Mittelalter hinein gebräuchlichen schriftlichen Rechnen auf einer Sandtafel, die, wenn sie voll ist, immer wieder ausgewischt oder vielmehr aufgeschüttelt werden muss[68]) kann eine schriftliche Rechnung auf Papier im Nachhinein Schritt für Schritt auf ihre Richtigkeit überprüft werden.

Die Einführung der indo-arabischen Zahlen stellt damit in mehrfacher Hinsicht eine Medienrevolution dar: Historisch handelte es sich um die Substitution eines operativ unflexiblen, gewissermaßen noch semantischen durch ein semantisch leeres und genau deswegen überaus anpassungsfähiges und vor allem weit über die Grundrechenarten hinaus operationalisierbares Ziffernsystem, die durch den mittelalterlichen Übergang von der Mündlichkeit zur Schriftlichkeit getragen und durch den Buchdruck vollendet wurde.

Vor dem Jahre 1000 blieb der Umgang mit Zahlen und gar das Rechnen jedoch auf eine äußerst kleine Gruppe von Intellektuellen beschränkt. Erst in Folge der Entstehung der Städte und des wirtschaftlichen Aufschwungs im 13. Jahrhundert kann ab dem späten 14. Jahrhundert von der allmählichen Ausbildung einer »arithmetischen Mentalität« gesprochen werden.[69] Dementsprechend mager sind die Fortschritte einer im engeren Sinne kumulativen Mathematikgeschichte. Die mit hellenistischen Mathematikern wie Ptolomäus oder Diophant zu Ende gegangene griechische Tradition scheint erst im 16. und 17. Jahrhundert von Denkern wie Viète, Descartes oder Fermat wiederaufgegriffen und dann freilich in Riesenschritten weiterentwickelt worden zu sein.[70] Tatsächlich glaubten diese fälschlicherweise, eine in der Antike vermeintlich bestehende, in der Folge zerbrochene, nicht

68 Vom griechischen Namen für eine solche Tafel, ἄβαξ, leitet sich im Übrigen der lateinische *abacus* her. Der in der Literatur immer wieder auftauchende Hinweis, dass ἄβαξ seinerseits ein aus dem Arabischen übernommenes Lehnwort sei bzw. von dem »semitischen« Substantiv *abaq* mit der Bedeutung Staub abstamme, konnte ich weder durch eigene Recherchen noch durch Nachfrage bei (den) orientalistischen Kollegen (Maurus Reinkowski und Ulrich Rebstock) bestätigen.

69 Murray, *Reason and Society*, S. 175.

70 Zur frühneuzeitlichen Entwicklung der Mathematik siehe Hadden, *On the Shoulders of Merchants*, S. 104–156.

überlieferte Einheit von Geometrie und Algebra lediglich wiederherzustellen.[71]

Namentlich bekannt, wenn damit auch nicht automatisch als mittelalterlicher Mathematiker identifiziert ist unter Umständen noch Leonardo von Pisa alias Fibonacci, dessen nach ihm benannte (nach der Addition von 1 + 1 durch die Addition des Ergebnisses mit der jeweils vorhergehenden Zahl gebildete) Zahlenfolge (1 + 1 = 2, 2 + 1 = 3, 3 + 2 = 5, 5 + 3 = 8, …) nicht bloß verschiedene natürliche Wachstumsprozesse wie, so Leonardos eigenes Beispiel, das Vermehrungs-›Gesetz‹ einer Kaninchenpopulation beschreibt, sondern auch zur näherungsweisen Berechnung des (›irrationalen‹) Quotienten des Goldenen Schnitts ($\Phi = [a + b]/a = a/b$) genutzt werden kann. Die eigentliche Leistung Leonardos bestand indes nicht in der ›Entdeckung‹ dieser Reihe, sondern darin, in seinem 1202 publizierten *Liber abaci* die arabische Mathematik nach Europa importiert zu haben. Der *Liber abaci* ist mithin seinem Titel zum Trotz kein Buch, das in den Gebrauch des Abacus einführt, sondern ganz ›im Gegenteil‹ den Umgang mit indo-arabischen Ziffern lehrt, vor allem die praktische, kaufmännische Anwendung der vier Grundrechenarten einschließlich der Bruchrechnung, aber auch schon die Handhabung von Potenzen und Wurzeln beziehungsweise die Lösung von Gleichungen ersten und zweiten Grades.[72] Tatsächlich war die griechische Tradition nicht wirklich abgebrochen; aufgenommen und nicht zuletzt praktischen, insbesondere merkantilen Bedürfnissen angepasst wurde sie vielmehr in Bagdad, von wo aus sie mit der arabischen Expansion über die Levante und Nordafrika bis nach Spanien verbreitet wurde. Als bedeutendster »frühmittelalterlicher« arabischer Mathematiker gilt al-Chwarizmi, dessen mathematische Werke im Original zwar verschollen, wohl in griechischen und lateinischen Übersetzungen überliefert sind. In Europa bekannt gemacht wurde die arabische Mathematik indessen weniger durch diese und die auch namentlich an al-Chwarismi anschließenden, »Algorithmen« genannten scholastischen Lehrbücher als vielmehr durch den viele hundert Seiten starken *Liber abaci*.

Leonardo war Sohn eines in Bougia im heutigen Algerien ansässigen Pisaner Notars oder ›exterritorialen Zollbeamten‹, der im Umgang mit der arabischen Kaufmannschaft sowie auf ausgedehnten Reisen durch die arabische Welt, aber auch nach Sizilien, Südfrankreich und Griechenland nicht nur die arabische Mathematik, sondern auch die Euklid'schen *Elemente* kennengelernt hatte. Mit seinem zwar mit praktischen Beispielen und Anwen-

71 Warren Van Egmond, *The Commercial Revolution and the Beginning of Western Mathematics in Renaissance Florence 1300–1500*, Diss., Indiana University, 1976, S. 332 f.

72 Vgl. Laurence Sigler, »Introduction«, in: [Leonardo von Pisa,] *Fibonacci's Liber Abaci,* New York 2002, S. 1–12. Wer Spaß am Rechnen hat, der konsultiere weiterhin Heinz Lüneburg, *Leonardi Pisani »Liber Abbaci«, oder, Lesevergnügen eines Mathematikers,* Mannheim 1992.

dungen gespickten, Rechenoperationen indes nicht bloß demonstrierenden, sondern ihre Richtigkeit (etwa mittels der Neunerprobe) auch beweisenden *Liber abcai* war Leonardo weit über die seinerzeit in Europa bekannten und gebräuchlichen Techniken hinaus, und das Buch blieb es auch bis hin zu Luca Paciolis 1494 publizierter *Summa de artihmetica.* Die Bedeutung dieser gleichfalls außerordentlich umfänglichen *Summa* wiederum lag weniger in Leonardo gegenüber erweiterten mathematischen Einsichten als vielmehr darin, dass sie erstens nicht auf Latein, sondern in einem venezianischem Dialekt verfasst war, zweitens als gedrucktes Buch und damit automatisch in einer höheren Auflage und sehr viel leichter reproduzierbaren Form erschien und drittens ein in der Folge als ausgekoppelte Schrift in allen möglichen Sprachen in ganz Europa verbreitetes Kapitel enthielt, das die Leser systematisch in die Technik der doppelten Buchführung einwies.[73]

Werner Sombart hielt die Erfindung der doppelten Buchführung bekanntlich für einen, wenn nicht den entscheidenden Schritt in der Entwicklung des modernen Kapitalismus als eines mittels rationaler Methoden nach permanentem Zugewinn strebenden Wirtschaftssystems.[74] Die doppelte Buchführung war für ihn nichts weniger als die zentrale ›technische‹ Voraussetzung dieses Systems, insofern als sie es nicht nur erlaube, sondern geradezu erzwinge, alle Einkäufe und Erlöse einer als einheitlicher Rechtsperson auftretenden Unternehmung, zunächst der Handelshäuser, später auch der Produktionsstätten, durch die Umrechnung in einen einheitlichen Geldstandard einem kalendarisch periodisierbaren (beziehungsweise permanenten) Vergleich auszusetzen. Der je aktuelle Wert einer Unternehmung lässt sich durch eine ›schlichte‹ Summierung der Vermögensbestände und Verbindlichkeiten ermitteln, Gewinne beziehungsweise Verluste ergeben sich durch die Verrechnung der Kosten und Einnahmen pro Zeiteinheit. Was uns selbstverständlich und, sieht man einmal ab von der zunächst kontraintuitiven doppelten Eintragung jeder einzelnen Buchung auf der Soll- und Haben-Seite der Bilanz,[75] nachgerade banal erscheint, ist indes eine Praxis, die sich innerhalb Europas im 13. Jahrhundert in den Kontoren der aufblühenden, den transmediterranen Handel kontrollierenden oberitalienischen Städte ›wie von selbst‹ entwickelte und von Pacioli erstmalig in eine systematische Form gebracht und zu einer auch abstrakt, durch ›bloße‹ Lektüre zu erlernenden Technik zugeschnitten wurde.[76] Sombart geht sogar noch

73 Luca Pacioli, *Abhandlung über die Buchhaltung 1494*, Stuttgart 1933.

74 Werner Sombart, *Der moderne Kapitalismus*. Historisch-systematische Darstellung des gesamteuropäischen Wirtschaftslebens von seinen Anfängen bis zur Gegenwart, Bd. 2, Das europäische Wirtschaftsleben im Zeitalter des Frühkapitalismus vornehmlich des 16., 17. und 18. Jahrhunderts, München 1917, S. 118–125.

75 Vgl. Jane Gleeson-White, *Soll und Haben*. Die doppelte Buchführung und die Entstehung des Kapitalismus, Stuttgart 2015, Kap. 4.

76 Zur Vor- bzw. Frühgeschichte der doppelten Buchführung siehe Raymond de Roover, »The Development of Accounting Prior to Luca Pacioli According to the Account-Books

weiter und sieht in der Erfindung der doppelten Buchführung nicht nur die Geburtsstunde des modernen Kapitalismus, sondern auch die Vorwegnahme oder Vorbereitung der wissenschaftlichen Revolution des 16./17. Jahrhunderts, deren ›Wahrnehmung‹ von Natur sich nicht anders als der Blick des Buchhalters auf die von ihm als rein monetäre Größen beobachteten Warenströme allein auf quantifizierbare, von konkreten Qualitäten abstrahierende Phänomene beziehungsweise Daten richte.[77]

Die an Sombarts ›Kurzschluss‹ von Kapitalismus und doppelter Buchführung geübte Kritik richtet sich nicht bloß, wie erwartbar und sicher berechtigt, auf den Umstand, dass er andere Faktoren wie etwa die Entstehung einer Mentalität des Erwerbs oder auch ›reale‹ Opportunitäten wie den intensivierten Handel unterschätze oder gar außer Acht lasse, sondern auch darauf, dass die von ihm (respektive Luca Pacioli) beschriebene rationale Buchhaltung in der frühen Neuzeit weniger handlungsleitend als vielmehr rhetorischer Natur, auf die Abwehr nicht nur theologischer Invektiven gegen die ethisch ›unlauteren‹ Praktiken der Kaufmannschaft gerichtet gewesen sei.[78] Das mag zutreffen oder auch nicht. In unserem Zusammenhang wichtiger ist, dass die *Summa de arithmetica* beziehungsweise deren Buchführungskapitel eine sehr viel breitere, wenn man so sagen darf, ›volks‹- oder wenigstens laienmathematische Literatur überschatten: die sogenannen *Abaci*.

Es handelt sich bei diesen im 14. und 15. Jahrhundert in Norditalien auftauchenden und sehr schnell verbreitenden Schriften sozusagen um die kleinen Brüder von Fibonaccis großem *Liber abaci*. Hunderte von unterschiedlichen Manuskripten sind überliefert, und längst nicht alle dürften bis heute entdeckt sein.[79] Die *Abaco*-Literatur war in der Regel volkssprachlich verfasst. Die *Abaci* gehörten zu den ersten Büchern, die Ende des 15. Jahrhunderts gedruckt und von vornherein für den Druck und damit eine ›massenhafte‹ Verbreitung geschrieben wurden. Es handelte sich anders als bei den in der Hauptsache für die scholastische Universitätsausbildung geschriebenen lateinischen und dekontextualisierten, das heißt weitgehend beispiel-losen *Algorithmen* um zumeist ›italienische‹, auf den kaufmännischen Alltag, wenn nicht das Marktgeschehen einschließlich der verwirrenden Vielfalt an Münzen und Währungen insgesamt bezogene, bisweilen in Form von Lehrer-Schüler-Dialogen didaktisierte Rechenfibeln, die ihre Leser vor al-

of Medieval Merchants«, in: A. C. Littleton / B. S. Yamey (Hg.), *Studies in the History of Accounting*, London 1956, S. 114–174. Als eine nach Pacioli für die weitere Ausarbeitung der doppelten Buchführung zweite wichtige Figur gilt übrigens der weiter oben bereits erwähnt Simon Stevin.

77 Sombart, *Der moderne Kapitalismus*, S. 118 f.

78 Vgl. Ève Chiapello, »Accounting and the Birth of the Notion of Capitalism«, in: *Critical Perspectives on Accounting* 18 (2007), 3, S. 263–296.

79 Zum Folgenden Van Egmond, *The Commercial Revolution*, Kap. 2 bis 3; Frank J. Swetz, *Capitalism and Arithmetic,* The New Math of the 15th Century, La Salle 1987, Kap. 1 und 7.

lem in den Grundrechenarten, im Bruchrechnen, im Gebrauch der *regula de tri*, also des Dreissatzes, und der Zinsrechnung unterwiesen. Autoren der *abaci* waren oft örtliche Rechenmeister, die in den Städten eigene *botteghe d'abaco* genannte Schulen unterhielten, in denen sie vor allem die Kinder (und damit angehenden Nachfolger) der Händler sowie sonstige am Erlernen der Rechenkunst interessierte Personen unterrichteten. Die *abaci* entstammten und dienten eben dieser Praxis. Die »Abacisten« selbst, die Rechenmeister, lebten von und zum Teil auch für die Mathematik; sie waren die ersten professionellen und zugleich nicht-kirchlichen Mathematiker des Abendlands. Auf ihr ›Konto‹ geht die eigentliche, das heißt breite ›Numeralisierung‹ zunächst des norditalienischen Bürgertums, dann aber auch der Kaufmann- und Bürgerschaft nördlich der Alpen. Der in Erfurt und Annaberg im Erzgebirge tätige Adam Ries(e) war einer ihrer deutschen Nachfahren.[80]

Sein berühmtestes Buch ist die erstmalig 1522 ver- und danach mehr als hundertfach neuaufgelegte *Rechenung auff der linihen und feder.* Aber auch die *Coß*, ein mehrere hundert Seiten starkes Lehrbuch der Algebra, stammt von Ries. Der Titel dieses Buches leitet sich her vom seinerzeit in Norditalien zur Bezeichnung einer unbekannten mathematischen Größe gebräuchlichen Wort *cossa* und weist damit auch nominell darauf hin, dass die ›nur praktische‹ kaufmännische Mathematik von den Abacisten und »Cossisten«, die ihre Schriften wechselseitig lasen und kommentierten, diese zusehends mit unterhaltsamen mathematischen Rätseln, Aufgaben also, die keinen praktischen Wert besaßen, dafür aber logisch anspruchsvoll waren, anreicherten und schließlich in intellektuelle Konkurrenz zueinander traten, in Richtung der beziehungsweise einer erneut theoretischen Mathematik fortentwickelten.[81] Beredt ist in diesem Zusammenhang das Selbstzeugnis des Mathematikers Rafael Bombelli, der vorgibt von Diophant zu seinen innovativen Verfahren zur Lösung algebraischer Gleichungen angeregt worden zu sein, obwohl posthum entdeckte frühere Manuskript-Fassungen seiner *Algebra* belegen, dass er seine theoretischen Neuerungen gar nicht in Auseinandersetzung mit Diophant, sondern vielmehr im Kontext von aus der schließlich veröffentlichten Fassung getilgten kaufmännischen Rechnungsproblemen entwickelt hatte.[82] All dies beweist zwar nicht, dass noch ein Descartes, Newton oder Leibniz bloß ›fortgeschrittene Händlermathematik‹ betrieben hätten oder nur als auch in praktischer Mathematik ge-

80 Kurt Vogel, *Adam Riese, der deutsche Rechenmeister*, Bericht aus dem Deutschen Museum: Die neue Abteilung Zeitmessung, Abhandlungen und Berichte, 27 (1959), 3, Oldenburg.

81 Van Egmond, *The Commercial Revolution*, Kap. 5 und 6; Jens Høyerup, »Abbacus School«, in: Marco Sgarbi (Hg.), *Encyclopedia of Renaissance Philosophy*, 2018, online verfügbar unter: http://springer.iq-technikum.de/content/pdf/10.1007%2F978-3-319-02848-4_1135-1.pdf [6. 5. 2019].

82 Hadden, *On the Shoulders of Merchants*, S. 112–114.

schulte Mathematiker zu den theoretischen Durchbrüchen befähigt gewesen wären, für die sie stehen. Aber es zeigt, dass, auch und gerade insofern, als dass Descartes, Newton, Leibniz und die anderen Revolutionäre der Mathematik sich intensiv mit der älteren, längst nicht nur antiken Literatur befassten, ein der merkantilen Tradition entsprungenes Rechenwesen zumindest die Basis abgibt, auf der die moderne Mathematik aufbaut.

Und das ist längst noch nicht alles. Der die naturwissenschaftliche Revolution wesentlich kennzeichnenden Anwendung der Mathematik auf die Natur, ihrer tatsächlichen Erfassung in Zahlen oder gar als Zahlenverhältnis lief eine allem Anschein nach erneut ökonomisch und sogar im engeren Sinne monetär motivierte Konzeptionalisierung der Natur – oder vielmehr auch der Natur – als prinzipiell quantifizierbar voraus.[83] Dies war die Leistung ›nun auch‹ scholastischer Gelehrter des 13. und insbesondere 14. Jahrhunderts, von Autoren wie Petrus Johannes Olivi und Duns Scotus, Jean Buridan und Nicole Oresme, die in Reaktion einerseits auf ihre von der (Re)Monetarisierung des Hochmittelalters erfasste Lebenswelt und andererseits moralisch-normative Herausforderungen durch einen die bisherigen statischen Ordnungsvorstellungen erschütternden dynamischen Markt bislang Undenkbares zu denken begannen, indem sie die von Aristoteles behauptete Inkommensurabilität von Qualitäten und Quantitäten, dessen ontologisches Axiom schleiften, dass jene nicht aus (gleichen und damit) zählbaren Teilen bestünden. Theologen vor allem des Merton College in Oxford und der Universität von Paris, der größten, aber auch wirtschaftlich und intellektuell bedeutendsten Stadt des europäischen Hochmittelalters, konzipierten damals so etwas wie eine allgemeine Messtheorie, eine regelrechte Wissenschaft der *calculationes*. Zwar rechneten und maßen sie praktisch nichts und blieben darin dem überkommenen Antiempirismus treu, doch stellten sie nicht nur Überlegungen an, wie, sondern vor allem postulierten sie aus traditioneller Perspektive waghalsigerweise, dass unterschiedlichste Gegenstände und Phänomene überhaupt gemessen und verglichen werden könnten. Gemessen werden (können) sollten physikalische Größen wie Geschwindigkeit, Kraft beziehungsweise Widerstand oder Hitze, daneben aber auch die Intensität psychischer Qualitäten wie Liebe, Glaube, Gnade oder Willensstärke.

Das zentrale Medium respektive Konzept, welches die *calculatores* zur Messung dieser Phänomene erdachten, war die *latitudo formarum*, die Ausdehnung oder auch *Linie* der Formen. In der Bestimmung des Vermögens dieser Linie(n) lag der revolutionäre Bruch mit der aristotelischen Naturphilosophie. Eine solche Linie nämlich wurde von den Scholastikern als homogenes, jedoch in zählbare Grade beziehungsweise quantitativ gleiche Teile einteilbares Kontinuum konzipiert, das zur Messung der Zu- und Ab-

83 Zum Folgenden Kaye, *Economy and Nature in the Fourteenth Century*.

nahme von Intensitäten in Anschlag gebracht werden konnte. Intensitäten oder Qualitäten wurden nicht mehr in polaren, absoluten Gegensatzpaaren wie heiß und kalt, leicht oder schwer, stark oder schwach erfasst beziehungsweise umschrieben, sondern – gedanklich, der Möglichkeit nach, nicht praktisch – anhand einer an einem Nullpunkt beginnenden, nach oben hingegen offenen Skala gemessen. Qualitäten wurden deshalb nicht aus Quantitäten bestehend, wohl aber als mit Hilfe eines Dritten, einer (geo-)›metrischen‹ Linie, quantifizierbar gedacht, so wie schon Aristoteles, obwohl er Qualitäten und Quantitäten unterschiedlichen Seinsbereichen zuschrieb, im geldvermittelten Tausch eine ingeniöse soziale Erfindung erblickt hatte, unterschiedliche Waren auf dem Umwege eben der geldvermittelten Messung der jeweiligen Bedürftigkeit der an einem Warentausch beteiligten Akteure miteinander zu vergleichen und damit auf gerechte Weise tauschbar zu machen.[84] Diese bei Aristoteles freilich durch konkurrierende beziehungsweise komplementäre Gerechtigkeitsvorstellungen gedeckte ontologische oder vielmehr monetäre Anomalie wurde bei den *calculatores,* wenn nicht zum Regelfall, so doch zur prinzipiellen Möglichkeit. Sie waren damit trotz ihres Bruchs mit der überlieferten Naturphilosophie nicht ganz ohne den Schutz durch kanonische Texte. Doch die insgesamt knappen und zudem nicht vollkommen kohärenten Ausführungen Aritstoteles' zum geldvermittelten Tausch – denen an anderer Stelle zudem eine strenge Verurteilung des ›reinen‹ Geldgeschäfts beziehungsweise des auf monetären Zugewinn zielenden Warentauschs gegenüberstand[85] – dürften ebenso wenig ausgereicht haben, jenen intellektuellen Bruch mit der naturphilosophischen Tradition zu vollziehen wie rein logische, innertheoretische Probleme des Aristotelismus.

Zwar bekannten die scholastischen Theoretiker (nicht anders als später Bombelli) an keiner Stelle, dass praktische, etwa ökonomische oder monetäre Phänomene sie zu ihrem Schritt motiviert hätten. Zum einen jedoch verfassten etliche der hochmittelalterlichen Intellektuellen neben ihren mess- auch geldtheoretische Abhandlungen – unter denen Oresmes *De moneta* als berühmteste herausragt[86] –, in denen bis in die Begrifflichkeit hinein, etwa der Bezeichnung sowohl der *latitudo* als auch des Geldes als *medium aequivalens,* in die Augen springende Parallelen bestehen. Zum anderen konnte den Universitätsgelehrten des 13. und 14. Jahrhunderts die Monetarisierung auch und gerade ihrer Lebenswelt nicht entgangen sein. Auch ihnen nicht, weil insbesondere Paris eine im Hochmittelalter wirtschaftlich aufblühende Stadt war, in der Waren aus ganz Europa zusammenströmten,

84 Aristoteles, *Nikomachische Ethik,* Buch V, Abschnit 3 bis 5; vgl. Hénaff, *Le Prix de la vérité,* Kap. 9.

85 Aristoteles, *Politik,* Buch I, Abschnitt 8 *bis* 11.

86 Der korrekte, aber weniger bekannte Titel der Schrift lautet *De mutatione monetarum tractaus,* dt. *Traktat über Geldabwertungen,* Berlin 1999.

große Märkte abgehalten wurden, Händler allerorten die Straßen säumten und Geldwechsler ihre unabdinglichen Dienste feilboten.[87] Auf letztere zu verzichten war ebenso unmöglich wie ohne Geld in der Stadt zurechtzukommen, weil eine unüberschaubare Vielzahl von Münzen umlief, deren jeweiligen Wert sowohl die Händler als auch ihre Kunden kaum kennen konnten. Dieser nämlich schwankte aufgrund der regelmäßigen Münzverrufungen, der Einziehung und in der Regel mit einer Reduktion ihres Edelmetallgehalts einhergehenden Neuausgabe von Münzen durch die jeweiligen politischen Machthaber, permanent. Hinzu kam, dass das Hochmittelalter mit einer allgemeinen Käuflichkeit von Dingen und Diensten vertraut war, die Kritiker heutiger Monetarisierungstendenzen staunen lassen würde: Käuflich waren nicht nur ›reguläre‹ Waren, wurde nicht nur Arbeit(szeit), käuflich waren weiterhin alle möglichen Ämter, weltliche Straferlasse und nicht zuletzt Ablässe.[88] All dies entging den Scholaren ebenso wenig wie die durch den kirchlichen Nepotismus und Luxuskonsum gleichermaßen motivierten wie konterkarierten Bemühungen des avignonesischen Papsttums eine effektive, europaweite Steuerverwaltung aufzubauen. Gerade ihnen entging die Monetarisierung nicht nur nicht, weil sie Kirchenmänner waren, sondern auch und vor allem, weil sie abgesehen von der Ausweitung der Käuflichkeit (und der mit ihr einhergehenden Korruption) ihrerseits als Verwalter tätig zu sein hatten.

In einem sehr viel weitergehenden Maße als heute war das universitäre Lehrpersonal im Mittelalter für die Selbstverwaltung, ja den Fortbestand und das ökonomische Gedeihen der Universitäten zuständig, war es damit befasst, Studiengebühren zu erheben und gegebenenfalls nach Vermögen, Bedürftigkeit und Talent der Studenten zu staffeln, nicht nur den Lehrbetrieb, sondern auch die alltägliche Versorgung der Kollegmitglieder zu organisieren, Reparaturen und Baumaßnahmen in Auftrag zu geben, Gehälter auszuzahlen, das universitäre Vermögen zusammenzuhalten und durch geschickte Investitionen möglichst zu mehren. Auch und gerade die scholastischen Gelehrten waren (wie »ihre« Klosterbrüder) gezwungen, wirtschaftliche Transaktionen, Ein- und Auszahlungen zu dokumentieren, Listen und Verzeichnisse anzulegen oder – wie wir uns nicht von ungefähr zur Bezeichnung dieser Tätigkeit zu sagen angewöhnt haben – *Buch zu führen*. Zurecht weisen sowohl Murray als auch Kaye auf die neben dem Aufblühen von Märkten und Messen für das Verständnis der mittelalterlichen Wirtschaftsgeschichte wichtige Verwaltung in der Hauptsache zunächst kirchlicher

87 Zur urbanen Ökonomie im Hochmittelalter vgl. Alfred Bürgin, »Die sozioökonomische Bedeutung der mittelalterlichen europäischen Stadt«, in: ders., *Zur Soziogenese der politischen Ökonomie*. Wirtschaftsgeschichtliche und dogmenhistorische Betrachtungen, Marburg 1996, S. 151–178.

88 Vgl. Türcke, *Mehr!*, Kap. I/2.

Körperschaften hin.[89] Letzterer unterstreicht darüber hinaus, den in unserem messtheoretischen Zusammenhang bedeutsamen Sachverhalt, dass sich der administrative von dem Gebrauch von Geld auf Märkten dahingehend unterscheidet, dass, während Geld auf diesen den Tausch *punktuell* vermittelt, Geld in Verwaltungskontexten als gewissermaßen *linearer* Standard eines laufenden Geschehens fungiert.[90]

III.

Die Indizien sollten hinreichen, um die These zu plausibilisieren, dass der sich bereits in der scholastischen Naturphilosophie abzeichnende epistemische Bruch monetär getragen war, dass die ›metrische‹ Naturphilosophie der *calculatores* des 13. und 14. Jahrhunderts in deren eben auch von administrativen Tätigkeiten geprägten, monetarisierten Lebenswelt ihren Ursprung fand. Es sind jedoch nur Indizien, keine Beweise. Die Begründung dafür, dass ein solcher Beweis fehlt, muss indes nicht mit Sohn-Rethel oder Bockelmann darin gesucht werden, dass den Gelehrten das tatsächliche, ›eigentliche‹ Fundament ihrer Denkanstrengungen verborgen geblieben wäre. Sehr viel banaler könnte die Erklärung darin bestehen, dass die kirchlichen Naturphilosophen die Wahrheit oder Geltung ihrer Einsichten nicht dadurch ›verschmutzen‹ und damit relativieren wollten, dass sie das Geheimnis von deren Entdeckung im profanen Alltag von Markt und Verwaltung ausplauderten.[91]

Ohnehin hieße es, einem allzu mechanistischen Verständnis von Kausalität aufzusitzen, wollte man einer ungebrochenen, nachgerade zwangsläufigen Widerspiegelung sozioökonomischer ›Tatsachen‹ im Reich der Ideen das Wort reden. Das bedeutet selbstredend nicht, dass der Geist vollkommen frei über den Wassern schwebte, sehr wohl aber, dass zumindest angegeben werden muss, erstens auf welchen Kanälen die lebensweltliche Praxis das Denken beeinflusst, und zweitens in Rechnung gestellt wird, dass die Anregung oder auch Beunruhigung des Geistes durch ›die Wirklichkeit‹ dessen Reaktion, die Umformung von Erfahrungen in Begriffe, nicht (prä) determiniert. Was das Denken auszeichnet, im Grunde schon sobald sich auf Basis des sensomotorischen Umgangs mit der Welt eine basale Handlungskompetenz der Kinder ausbildet, spätestens aber sobald das praktische Handeln symbolisch überformt wird, ist, dass Umweltreize eingeklammert, unmittelbare Reaktionen ausgeklinkt und Handlungen gewissermaßen

89 Murray, *Reason and Society*, S. 194–203; Kaye, *Economy and Nature in the Fourteenth Century*, S. 28–36.

90 Joel Kaye, »The Impact of Money on the Development of Fourteenth-Century Scientific Thought«, in: *Journal of Medieval History* 14 (1989), 3, S. 251–270, hier S. 260.

91 Kaye, *Economy and Nature in the Fourteenth Century*, S. 180.

vor- und nachpraktisch durchgespielt und überprüft werden können. Der Erwerb und Aufbau operationaler Kompetenz wird zwar praktisch induziert, er besteht jedoch gerade in einer sukzessiven Abkoppelung und Verselbständigung des Denkens der bloßen Umwelt gegenüber.

So berichtet Piaget von einem befreundeten Mathematiker, der als Kind gerne mit Kieseln gespielt habe. Nachdem dieser Freund zählen gelernt habe, habe er die Kiesel seiner eigenen Auskunft nach einmal »in eine Zeile gelegt, von links nach rechts gezählt und war auf zehn gekommen. Nur so zum Spaß zählte er sie anschließend von rechts nach links, um zu sehen, welche Zahl er jetzt erhalten würde, und war erstaunt, als er wieder auf zehn kam. Er legte die Kiesel dann in einen Kreis, zählte sie, und wieder waren es zehn. […] Und wie auch immer er die Kiesel anordnete, […] jedesmal kam er bis zur Zahl zehn. Er entdeckte […]: die Summe ist unabhängig von der Ordnung der Elemente. […] Aber die Ordnung war nicht in den Kieselsteinen begründet; sie wurde von ihm hergestellt, er, das Subjekt, legte die Kiesel in eine Zeile und dann in einen Kreis. […] Die Erkenntnis, die dieser künftige Mathematiker an jenem Tag entdeckte, hatte ihren Ursprung also nicht in den sinnlichen wahrnehmbaren Eigenschaften der Kieselsteine, sondern in den Handlungen, die er mit ihnen ausführte.«[92] Und nicht nur das: Der künftige Mathematiker konnte zwar schon zählen, als er die Kommutativität der Steine entdeckte, die Steine selbst jedoch, obwohl sie die Kommutativität nicht schon enthielten, spielten in dieser Entdeckungsgeschichte die Rolle eines Mediums, ohne welches die Entdeckung nicht möglich gewesen wäre. Nachdem das Kind jedoch mittels der Steine die Kommutativität entdeckt hatte, brauchte es sie nicht mehr, ohne dass das Gesetz der Kommutativtät deswegen ungültig würde. Diese kleine Geschichte illustriert vortrefflich, zudem noch am Beispiel der ›Mathematik‹, wie ein Medium, eine symbolische Form, dem Denken auf die Sprünge hilft. Wie ich vorstehend zu zeigen versucht habe, wiederholt sich dieser ›Mechanismus‹ auch und gerade in der soziokulturellen Geschichte der Mathematik.

Schon die *calculatores* waren Zeitzeugen der »kommerziellen Revolution des 13. Jahrhunderts«[93] und damit einer nachdrücklichen Monetarisierung der Lebenswelt. Was sie entdeckten und zur Geltung brachten, war freilich noch nicht die für die späteren, ›empirischen‹ Naturwissenschaften typische Algebraisierung der Natur, noch nicht deren Darstellung in oder gar Reduktion auf Zahlenverhältnisse, sondern nur erst die Konzeption derselben als prinzipiell messbar. Sie betrieben gewissermaßen Mathematik ›avant le nombre‹ – ähnlich wie noch Galileo, für den das Buch der Natur bekanntlich in der Sprache der Mathematik geschrieben war, deren

92 Jean Piaget, *Einführung in die genetische Erkenntnistheorie*, Frankfurt am Main 1973 [1968], S. 24 f.

93 Raymond de Roover, »The Commercial Revolution of the Thirteenth Century«, in: *Bulletin of the Business Historical Society*, 16 (1942), S. 34–39.

Schriftzeichen allerdings nicht etwa aus Zahlen bestanden, sondern aus »Dreiecken, Kreisen und anderen *geometrischen* Figuren«.[94] Für die Übersetzung des Buchs der Natur in die Sprache der Zahlen bedurfte es zunächst einer vorherigen Revision der Schreibweise der Zahlen selbst, einer Verschriftlichung und Vereinfachung der Arithmetik, welche die Welt der Zahlen als »Gegenstand« sui generis konstituierte, mit dem zunächst spielerisch umzugehen, dann aber auch in intellektueller Konkurrenz zueinander, die Erfindung neuer Regeln und die daran geknüpfte Entdeckung in diesen ›versteckter‹ Gesetze und damit die Algebraisierung der Mathematik möglich machte. Zur Universitätsausbildung der *magistri* des 13. und 14. Jahrhunderts gehörte zwar auch das Rechnen, und die *Algorithmen*, die als Lehrbücher dienten, enthielten durchaus schon die indo-arabischen Zahlen und Rechenregeln. Doch wurde das praktische Rechnen an den Universitäten weder geübt, noch gehörte, ›spielend‹ schriftlich rechnen zu können, zu den intellektuell erstrebenswerten Qualitäten eines mittelalterlichen Magisters. So sehr die Scholaren auch Verwalter waren und sein mussten, so sehr verstanden sie sich als Gelehrte und nicht Administratoren. Verantwortlich für die Verbreitung und ›gesamtgesellschaftliche‹ Durchsetzung der arabischen Mathematik in Europa waren vielmehr die Händler und ihre Rechenlehrer.

Die Wiederaufnahme des transmediterranen Handels durch die norditalienischen Städte, die Entstehung und Verdichtung eines transeuropäischen Fernhandelsnetzes zwischen Norditalien, Köln, Flandern, Paris, London und dem baltischem Raum und die Gründung von Handelshäusern und Handelsgesellschaften erhöhten den Geldbedarf, ließen neue Finanzierungsinstrumente wie den Wechsel und auch Banken entstehen. Geld selbst, in Form von Münzen wie auch Wechselbriefen und Schuldscheinen, wurde zur Ware, so wie überhaupt ›Dinge‹ des alltäglichen Lebens, Lebensmittel, Werkzeuge, Nutztiere und sogar Land, zunehmend käuflich wurden beziehungsweise ge- und verkauft werden mussten. Alle Marktteilnehmer waren gezwungen, in Tauschwerten zu denken und rechnen, die Händler darüber hinaus, das Rechnen zu perfektionieren sowie den Überblick über eine Vielzahl an gleichzeitigen und doch unterschiedlich terminierten, räumlich unter Umständen weit ausgreifenden Transaktionen zu behalten. Ihr Geschäft bestand nicht bloß im Abzählen und Vergleichen von Mengen und Preisen, sondern auch in der Umrechnung von respektive Kalkulation in permanent schwankenden Wechselkursen, der Berechnung von Zins und Zinseszins und bei Handelsgesellschaften auch der anteiligen Auszahlung von Profiten oder umgekehrt der Zuweisung von Verlusten.

94 Meine Hervorhebung. Das berühmte Galileo-Zitat findet sich zum Beispiel bei Livio, *Ist Gott ein Mathematiker?*, S. 98, der italienische Originaltext bei Alexandre Koyré, »Galilei und Platon«, in: ders., *Galilei*. Die Anfänge der neuzeitlichen Wissenschaft, Berlin 1988 [1943], S. 29–58, hier S. 55 f.

All diese Aufgaben machten die aufmerksame und genaue Beobachtung des Marktgeschehens im allgemeinen und eine korrekte und transparente Abrechnung und Buchhaltung im besonderen zu, wenn schon nicht unverzichtbaren, so doch vorteilhaften Tugenden des Kaufmanns. Die hoch- und spätmittelalterlichen Kaufleute und Bankiers waren es, welche für die Verbreitung der indo-arabischen Zahlen sowie das schriftliche Rechnen verantwortlich waren, welche ihre Kinder in Rechen- und das heißt den ersten europäischen ›Realschulen‹ ausbilden ließen, deren Vorsteher wiederum zu den ersten professionellen Mathematikern wurden. Deren mit der Zeit nicht mehr ausschließlich an die zahlende Kundschaft gerichtete, mittels des Buchdrucks in ganz Europa verbreiteten mathematischen Traktate schufen einen im 16. Jahrhundert nicht zuletzt von Jesuiten reakademisierten »mathematischen Diskurs«, aus dem schließlich die moderne Mathematik als eigenständige Disziplin wie auch Amme der neuen Naturwissenschaften hervorging,[95] als deren selbstverständlich nicht alleinige, aber eben doch bedeutende Gründerfiguren ich oben nicht von ungefähr Galileo, Descartes und Newton genannt habe.

Eppur si muove – und sie bewegt sich doch, die Erde nämlich um die Sonne herum. Für diese 1642 angeblich auf dem Totenbett gesprochene letzte Verteidigung des kopernikanischen, also heliozentrischen gegen das traditionelle aristotelisch-kirchliche oder geozentrische Weltbild ist Galileo berühmt und war er 1633 von der heiligen Inquisition angeklagt worden.[96] Das Schicksal anderer Häretiker auf dem Scheiterhaufen vor Augen hatte er seinen ›Irrglauben‹ zwar widerrufen, sich vor seinem natürlichen Tode, wie die Legende es will, dann aber doch noch einmal behauptet. Daran, dass Galileo Kopernikaner war, besteht kein Zweifel; wie dieser war er davon überzeugt, dass die Erde um die Sonne kreise und nicht umgekehrt. Nach empirischen Beweisen oder wenigstens Indizien für diesen Sachverhalt suchte Galileo freilich erst im Nachhinein. Allerdings hat er solche dann auch gefunden: Seine Entdeckung etwa der Jupitermonde mittels des gerade erfundenen Fernrohrs belegte, dass es im All mehrere Rotationssysteme gibt. Der Umstand, dass der Erdmond die Erde umkreist, war mithin kein Argument dagegen, dass die Erde sich um die Sonne dreht. Tatsächlich sind denn auch nicht Galileos Heliozentrismus und seine aus Beobachtungen gezogenen Schlüsse als vielmehr seine in der Formulierung der Fallgesetze implizierte abstrakte Raumauffassung sowie mit dieser einhergehende

95 Peter Dear, *Discipline & Experience*. The Mathematical Way in the Scientific Revolution, Chicago 1995.

96 Wie Pietro Redondi (*Galileo, der Ketzer*, München 1991) nahelegt, wurde Galileo in Wahrheit der Prozess gar nicht wegen seines Heliozentrismus gemacht, sondern für seinen demokritischen Atomismus, welcher der katholischen Transsubstantiationslehre, der zufolge sich während der Eucharistie Wein und Brot in Jesu Blut und Fleisch verwandeln, die Grundlage entzogen habe.

Konzeption kontinuierlicher Beschleunigung das revolutionär Neue seines Denkens. Dass fallende Körper im Vakuum gleich schnell und proportional zur Fallzeit schneller fallen, ist nur denkbar, insofern man, wie Galileo, einen in beliebige Abschnitte teilbaren Raum voraussetzt und Geschwindigkeit als zurückgelegte Strecke pro Zeitintervall versteht. Bewegung und Ruhe waren für Galileo prinzipiell gleichwertige Zustände; ein ruhender Körper ›bewegt sich nur nicht‹. Auch der physikalische Raum war für ihn nichts anderes als der geometrische Raum.

Algebraisiert wurde dieser Raum indes erst durch Descartes. Was dieser entdeckte, war, dass beliebige Punkte, damit aber auch Geraden, Kurven und Körper im Raum mittels eines numerischen Koordinatensystems bestimmt beziehungsweise beschrieben werden können. Ausgedehnte Körper lassen sich also mit Hilfe von Zahlen bemächtigen. Ja, insofern für Descartes alles Dingliche nur in seiner Ausdehnung besteht, dieses sich nun aber vermessen lässt, stehen die Zahlen für die Dinge, *sind* sie ihr reiner Körper. »[A]ll objects are reduced to *lines* in order to view the proportions obtaining between them.«[97] Mit der Entwicklung der analytischen Geometrie überwindet Descartes den zuvor unüberbrückbar geltenden, der klassisch-ontologischen Differenz von Ausmaß und Zahl geschuldeten Gegensatz von Geometrie und Algebra. Durch die Algebraisierung von Körpern verlieren diese auf der einen Seite zwar ihre jeweilige Qualität, anderseits jedoch leistet sie der Ontologisierug, dem Wirklich-Machen von mathematischen Gegenständen, letztlich der Zahlen selbst Vorschub.

Gleichzeitig handelte es sich bei diesem Geniestreich um den Auftakt zum mathematisch-funktonalen Denken. Die Zuordnung von x- zu y-Werten ermöglichte die mathematische Formalisierung der Kovarianz von Variablen, die Form, in welcher nur kurze Zeit später *Natur*gesetze geschrieben wurden und noch einmal später beliebige Zusammenhänge überhaupt wie zum Beispiel zwischen Angebot und Nachfrage, die allein dadurch, dass sie sich in eben dieser Form darstellen lassen, als gesetzmäßiger Zusammenhang erscheinen. Und genau darum ging es Descartes, um Natur*gesetze*. Das frühe 17. Jahrhundert war ein Zeitalter nicht nur des militärischen Tumults, sondern auch der intellektuellen Unruhe. Descartes zielte darauf, das sich einerseits vermehrende, andererseits aber zersprengte Wissen seiner Zeit zu ordnen und vor allem den Wissenserwerb auf feste Füße zu stellen. Und so wie die Natur für Galileo mathematisch verfasst war, hielt Descartes die Mathematik für die sicherste Richtschnur des Verstandes, für die methodische Klammer, mit der sich alles Wissen zusammenhalten und neues gewinnen ließ. Er suchte inmitten des Aufruhrs nicht utopisch nach einer ganz anderen Ordnung, sondern nach der verborgenen Ordnung im wilden Durcheinander der Erscheinungen.

97 Hadden, *On the Shoulders of Merchants*, S. 144; meine Hervorhebung.

>Vollstreckt< hat dieses Programm Newton, der die analytische Geometrie gemeinsam mit respektive in Konkurrenz zu Leibniz zur Analysis, der Erstellung und >Diskussion< von Funktionen, also der Relationierung von x- und y-Werten zur Abbildung natürlicher Vorgänge und weiter deren rechnerisch-prognostischer Erforschung in Form der Bestimmung der Steigung von Graphen, ihrer Minima und Maxima, der von ihnen umschriebenen Größen wie auch der Schnittpunkte mit anderen Kurven fortentwickelte. Newton war es, der Galileos Indifferenz gegenüber Bewegung und Ruhe mit der von Descartes eingeleiteten Algebraisierung nun auch von Bewegung und allgemeiner von Prozessen vereinte. Als erster formulierte er Bewegungsgesetze, die auf der Erde wie im Kosmos gelten. Es gelang ihm nicht nur, physikalische Beobachtungen mathematisch zu formulieren, sondern aus ihrer mathematischen Formulierung auch Vorhersagen abzuleiten. So – und nicht angesichts eines fallenden Apfels – stieß er auf das Gravitationsgesetz.[98] Was Gravitation ist, wusste indes auch Newton nicht zu sagen. Was er tat und womit er Schule machte, war, nicht länger nach qualitativ-kausalen Erklärungen der Naturphänomene zu fragen, sondern ihre quantitativ-mathematische Darstellbarkeit zum Kriterium ihrer Wahrheit zu machen.

Die Vorgeschichte dieser außerordentlich folgen- und erfolgreichen *Entscheidung* hätte möglicherweise auch anders verlaufen können. So, wie sie verlaufen ist, ist sie eine Geschichte, in der das Geld, >das Zahlen<, der modernen Naturwissenschaft >oder dem Zählen< den Weg bereitet hat.

98 Im Rückblick auf die Entstehungsgeschichte der *Principa mathematica* schreibt Newton, »Und nachdem ich herausgefunden hatte, wie sich die Kraft errechnen lässt, mit der ein Ball, der innerhalb einer Kugel rotiert, auf die Oberfläche der Kugel einwirkt, schloss ich aus Keplers Gesetz vom Verhältnis der Quadrate der Umlaufzeiten von Planeten zu den Kuben ihres Abstands von ihren Umlaufbahnen, dass Kräfte, die Planeten auf ihren Umlaufbahnen halten, umgekehrt proportional zu den Quadraten ihrer Entfernung von den Zentren sein müssen, um die sie rotieren, und verglich so die Kraft, die nötig ist, den Monde in seiner Bahn zu halten, mit der Kraft der Schwere auf der Erdoberfläche … *und fand, dass sie einander recht genau entsprechen.*« Zit. nach Livio, *Ist Gott ein Mathematiker?*, S. 134; meine Hervorhebung.